

Rafsegul fróði

Fyrirlestrar
Dæmatímar

> Vidar Guðmundsson
vidar@hi.is

Canvas + opnir vefir

https://vidargudmundsson.org/Nam/RFS/RFS_1.html ←

https://vidar.hi.is/Nam/RFS/RFS_1.html ←

Heimadæmi: gilda 30% í lokaéinkunn

Bók: D.J. Griffiths, Electrodynamics

<u>Yfirlit</u>		<u>Segulstöðufróði</u>	
<u>2, 4</u>	Rafstöðusvið 1V	<u>5, 6</u>	Tema háð svið 2V
<u>3</u>	Lausnir rafst. verk. 1.5V	<u>7, 8</u>	Tema háð svið 2V
<u>5.1.3+</u>	Stráumar 0.5V	<u>8, 9</u>	Rafsegulbylgjur 2V
		<u>9</u>	Bylgjustokkar, vol 1V
		<u>10+</u>	Geislun, loftnet 1V
			11+ Geislun 2V
			dreifing 2V
			dofnun 1V
			1V

Rafstöðufræði

2

Rafsvið skilgreint frá
kraftsviði

$$\vec{E} = \lim_{q \rightarrow 0} \frac{\vec{F}}{q}$$

með tilraunahleðslu q



Kraftur á hleðslu q
í rafsviði $\vec{E}$

$$\vec{F} = q \vec{E}$$

Eiginleikar rafsviðs (rafstöðusviðs)
eru skilgreindir með tveimur
(Maxwells) jöfnum (í tömarúmi)

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

hleðsluþéttleiki

rafsvörunarfasti tömarúms

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0$$

Hér má lesa úr jöfnumum: Rafsvið á
sér uppsprettur, Rafsviðslínur
í tömarúmi í rafstöðufræði eru
ekki lokadur lykkjur.

Stokes regla fyrir snúningslausir þó geymir svið
og "Sundurleitni reglan" gefa heildis framsetningu

③

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$



$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

Gauss

$$\nabla \times \vec{E} = 0$$



$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

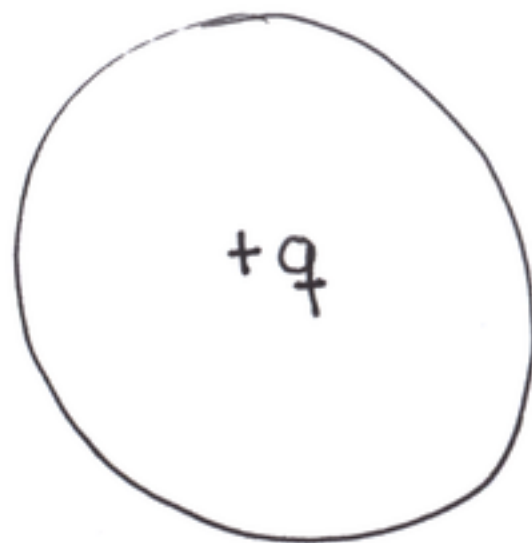
Flæði rafsviðs út um lokað yfirborð er í rétta hlutfelli
við heildarhleðsluna innan þess.

Heildissvið $\longleftrightarrow$ Aflausni

Coulomb

(4)

Ein jäkvæð punkt hleðsla



Einsátta rafsvið
út ur flat

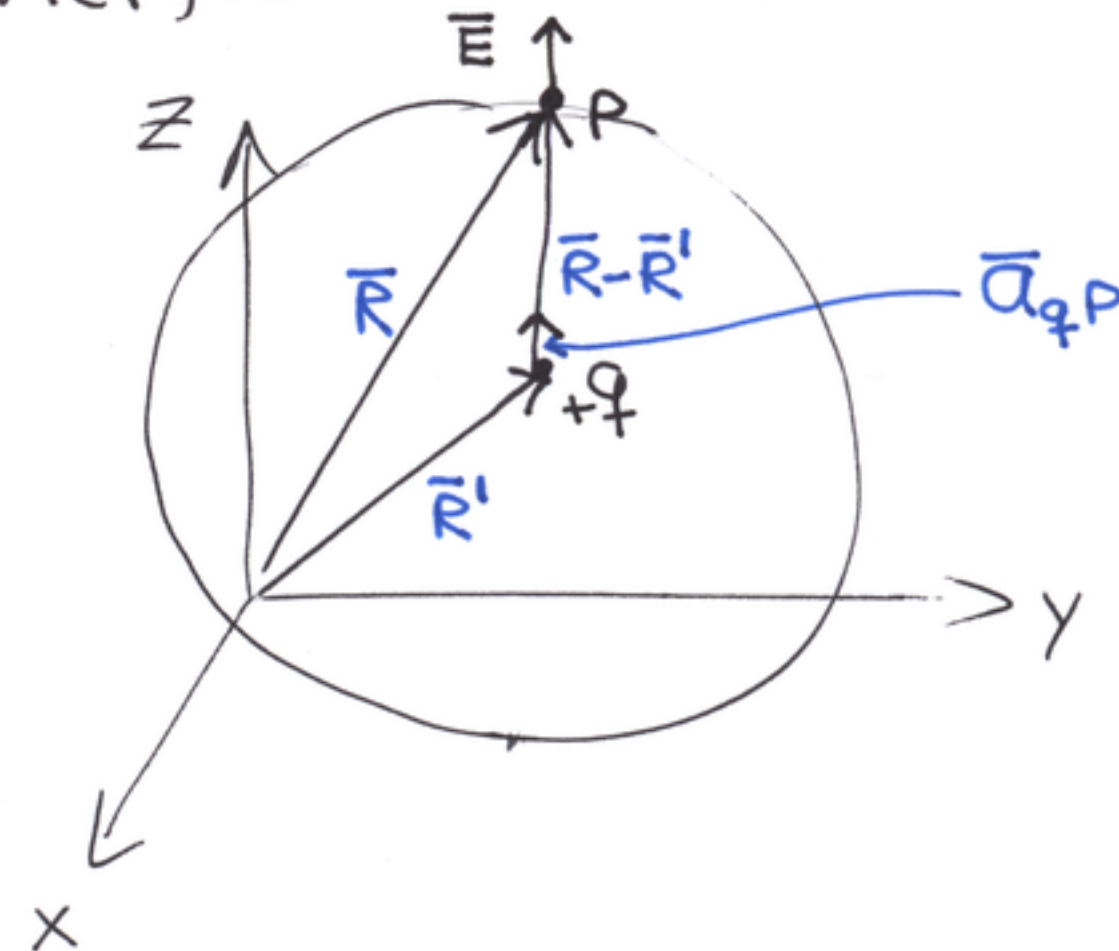
$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \oint_S (\vec{a}_R E_R) \cdot \vec{a}_R ds = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$E_R (4\pi R^2) = \frac{q}{\epsilon_0}$$

E_R einskítt á kúluflokkinn

$$\vec{E} = \vec{a}_r \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^2}$$

Midum ekki alltaf hnita-
kerfið við staðsetu. hleðslu



$$\begin{aligned} \vec{E}_P &= \vec{a}_{qP} \frac{q}{4\pi\epsilon_0 |\vec{R} - \vec{R}'|^2} \\ &= \vec{E}(\vec{R}) \end{aligned}$$

Eimúgar vigurinn er skrifanlegur
sem

$$\vec{a}_{qP} = \frac{\vec{R} - \vec{R}'}{|\vec{R} - \vec{R}'|}$$

→

$$\vec{E}_P = \vec{E}(\vec{R}) = \frac{q(\vec{R} - \vec{R}')}{4\pi\epsilon_0 |\vec{R} - \vec{R}'|^3}$$

Langseilinn rafkraftur
endurspeglar:

- * ljóseind er massalaos
- * ljóseindir víxlverkast ekki umbyrðis

5
Rafsvið hleðslu safns

$$\vec{E}(\vec{R}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{k=1}^n \frac{q_k(\vec{R} - \vec{R}'_k)}{|\vec{R} - \vec{R}'_k|^3}$$

n-hleðslur q_k í hvítum
 $\vec{R}'_k$ við reiknum
rafsviðið $\vec{E}(\vec{R})$ í
punkti $\vec{R}$

Samfellt hleðsludreifing

6

$$\vec{E}(\vec{R}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{V'} dV' \frac{g(\vec{R}')(\vec{R}-\vec{R}')}{|\vec{R}-\vec{R}'|^3}$$

$g(\vec{R}')$: hleðsluþéttleiki

fyrir yfirborðshleðsluþéttleika $g_s(\vec{R})$ (eða $\nabla(\vec{R})$)
er raðsviðið

$$\vec{E}(\vec{R}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{S'} dS' \frac{g(\vec{R}')(\vec{R}-\vec{R}')}{|\vec{R}-\vec{R}'|^3}$$

Venjulega er þægilegra að reikna fyrst rafmættið sem
við athugum bráðlega.

(Athugasemd um heildun í bók)

Lögmál Gauss

7

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

Heildar flæði $\vec{E}$ út um lokamyfirborð
er jafnt heildarhleðslu Q innan þess
margf. með $1/\epsilon_0$

lesa sjálf í bók. Ákaflega mikilvægt fyrir hleðsludreif. með
háa samhverfu.

Við skoðum tvær af-leiðingar

Hleðsludreifing, kúlusamhverf, $\rho(r)$

$$\rho(r) = \begin{cases} \rho(r) & \text{ef } r \leq a_0 \\ 0 & \text{ef } r > a_0 \end{cases}$$

Athugið raðsviðið utan
hleðsludreifingarrúms
í fjarlægð $r > a_0$

Hleðsludreifingin er kúlusamhverf $\rightarrow$ raðsviðið getur verið
veru "radíalt" og fast
á kúlu flatir með sömu mæði...

$$\int dV \rho(\vec{r}) = Q$$

Þinningsvígur í "radial"
eða útstefnu í bók $\hat{r} = \vec{a}_R$

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{Q}{\epsilon_0} \rightarrow 4\pi r^2 E(r) = \frac{Q}{\epsilon_0} \rightarrow \vec{E}(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r}$$

Í þessu tilfelli er rafsviðið óháð nákvæmni dreifingu
hlöðnumur. Sama rafsvið og punkthleðsla Q myndi valda!

Óháðið H-atóm

Er rafsvið í kringum það?

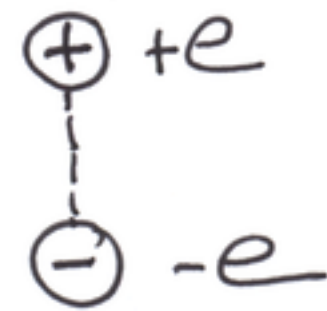
- * Gerum ráð fyrir að kjarnhleðslan sé punkthleðsla $+e$
- * Í grunnástandi er hleðsludreifing rafteindrinnar
 $\rho_e(r) \sim A e^{-2\alpha r}$ þar sem A og α eru þekkðir stærðir

Atómið er öhladið $\rightarrow \int_{\text{allt rúmið}} dv \rho_e(\vec{r}) = -e$

- * Hugsum okkur Kúluyfirborð með geisla r
- * Innan þess er alltaf endanleg jákvæð hleðsla fyrir endanlegt r (hluti ρ_e er utan þessa yfirborðs).

* Það er því alltaf endanlegt rotsvið $\rightarrow$ Kraftur fyrir "utan" H-atóm

- * Krafturinn er skammseilinn, fellur með velbívísisfalli, mikklu hræðar en Coulomb-krafturinn fyrir, $+e$ punkthleðslu eða fyrir tvípól



Rafstöðumætti

10

Um rafstöðusvið gildir $\nabla \times \bar{E} = 0$

Almennt gildir fyrir skalarsvið V

$$\nabla \times (\nabla V) \equiv 0$$

Því er hægt að finna skalarsvið V
þannig að

$$\bar{E} = -\nabla V$$

I 4. Kafla eru kynntar aðferðir t.p.g. reikna $V(\bar{r})$
sem eru einfalldari oftast en að reikna $\bar{E}(\bar{r})$ beint.

(11)

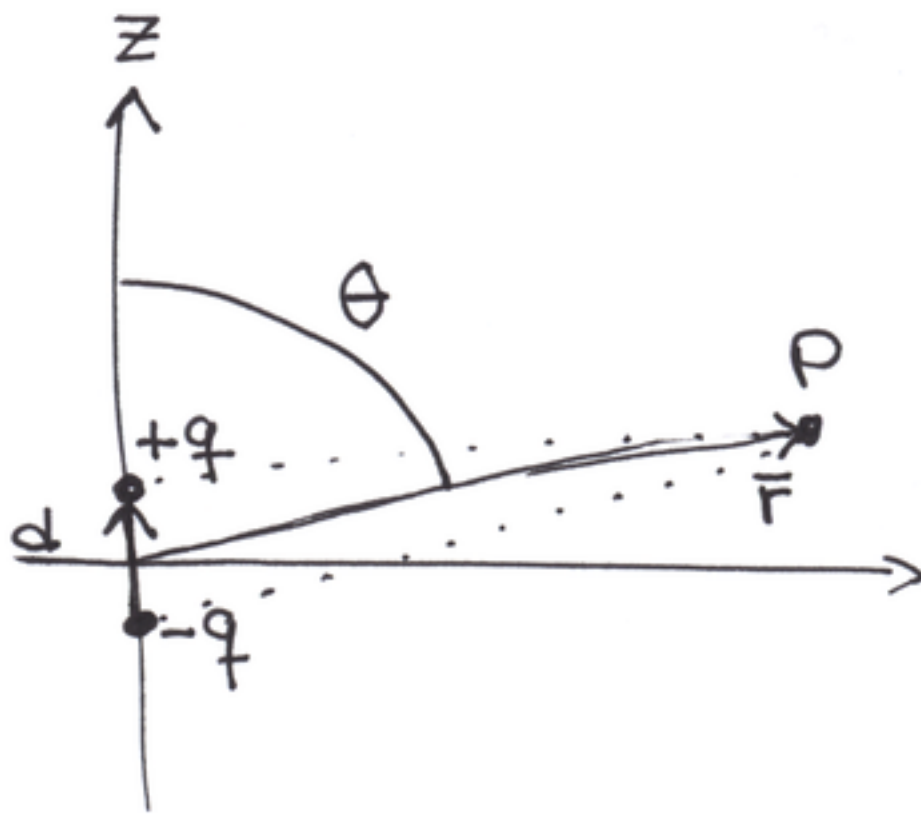
Spennunumur í rafstöðumalli er

$$V_2 - V_1 = - \int_{P_1}^{P_2} \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad \text{öðrad leið}$$



$$V_2 - V_1 = \frac{W}{q} \left\{ \begin{array}{l} \text{er } \underline{\text{vinman}} \text{ sem þarf t.p.a.} \\ \text{fara einingarhlöðun frá} \\ P_1 \text{ til } P_2 \text{ í rafsviðinu } \vec{E} \end{array} \right.$$

Tvískaut



$$V_P = V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{k=1}^2 \frac{q_k}{|\vec{r} - \vec{r}'_k|}$$

$$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left\{ \frac{1}{|\vec{r} - d/2|} - \frac{1}{|\vec{r} + d/2|} \right\}$$

$$\vec{r} - \frac{\vec{d}}{2} = (r \sin \theta \cos \varphi, r \sin \theta \sin \varphi, r \cos \theta - \frac{d}{2}) \quad \text{en coordonnées cartésiennes.} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} |\vec{r} - \frac{\vec{d}}{2}| &= \left(r^2 \sin^2 \theta + \left(r \cos \theta - \frac{d}{2} \right)^2 \right)^{1/2} = \left(r^2 - dr \cos \theta + \frac{d^2}{4} \right)^{1/2} \\ &= r \left(1 - \frac{d}{r} \cos \theta + \frac{d^2}{4r^2} \right)^{1/2} \approx r \left(1 - \frac{d}{2r} \cos \theta \right) \quad \text{et } r \gg d \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{|\vec{r} - \vec{d}/2|} - \frac{1}{|\vec{r} + \vec{d}/2|} &\approx \left[\frac{1}{r} \left(1 + \frac{d}{2r} \cos \theta \right) - \frac{1}{r} \left(1 - \frac{d}{2r} \cos \theta \right) \right] \\ &= \frac{d \cos \theta}{r^2} \end{aligned}$$

$$\rightarrow V_P = V(\vec{r}) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{d \cos \theta}{r^2} = \frac{\vec{p} \cdot \hat{a}_r}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

$$\vec{p} = q\vec{d}$$

Rafsviðid fast með

13

$$\vec{E} = -\vec{\nabla} V = -\hat{a}_r \frac{\partial V}{\partial r} - \hat{a}_\theta \frac{\partial V}{r \partial \theta}$$

$$= \frac{P}{4\pi\epsilon_0 r^3} \{ \hat{a}_r 2\cos\theta + \hat{a}_\theta \sin\theta \}$$