

Segulstöðufræði

1

Tilraunir sýna að ekki aðeins rafkraftur verkar á hleðslur

$$\vec{F}_e = q \vec{E}$$

Víðbætist kraftur með annarskonar verkun

$$\vec{F}_m = q \vec{u} \times \vec{B}$$

Leidir til nýs sviðs, $\vec{B}$, segulflæðisviðs.

Eiginleikum $\vec{B}$ er lýst með ternaðhæðe jöfnum

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0, \quad \vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}$$

Seinni jafnan getur

$$0 = \nabla \cdot (\nabla \times \vec{B}) = \mu_0 \nabla \cdot \vec{J} \rightarrow \nabla \cdot \vec{J} = 0$$

í samræmi við „stöðufræði“.

Fyrri jafnan getur

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$$

flæði $\vec{B}$ um lokað yfirborð er alltaf hverfandi í heild

→ ekki eru til frjalsar uppsprettur $\vec{B}$!

eins og hleðslur gefur $\vec{E}$.

Sögulein skaut eru ekki til! ← tilraunavörðun

Stokes setuðingun getur okkur

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}$$

$$\rightarrow \int_S (\nabla \times \vec{B}) \cdot d\vec{S} = \mu_0 \int_S \vec{J} \cdot d\vec{S}$$

$$\rightarrow \oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

Heildi $\vec{B}$ um lokaða
lykkju er jafnt
straumnum um
lykkjuna

Lögmál Ampères. Hægt að nota á svipaðan
hátt og Gauss lögmálið
fyrir $\vec{E}$

Segulstöðu fræðinni er lýst með

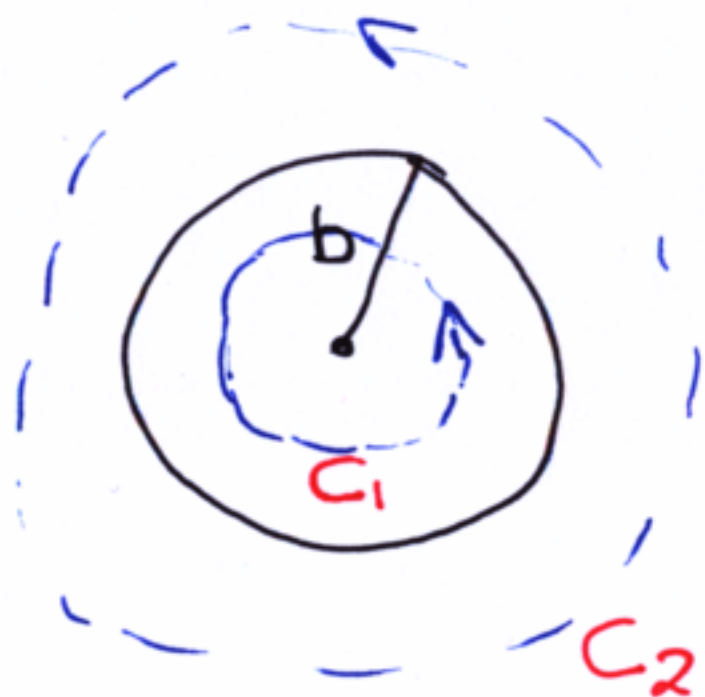
$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}$$

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$$

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

Dæmi · Öndanlega langur vör með geisla b og straum I . Finna $\vec{B}$ utan og innan vörs



← veljum hringlaga vegi hringlaga sammiðja leiðaranna

innan

$$d\ell = \hat{a}_\phi r_1 d\phi$$

$$\vec{B}_1 = \hat{a}_\phi B_{\phi 1}$$

Heildid gefur högnihanda-
reglu: þumall í ströum stefnu
Fingur í $\vec{B}$ stefnu (5)

$$\int_{C_1} \vec{B}_1 \cdot d\vec{\ell} = \int_0^{2\pi} B_{\phi 1} r_1 d\phi = 2\pi r_1 B_{\phi 1}$$

Strömur innan C_1 : $I_1 = \frac{\pi r_1^2}{\pi b^2} = \left(\frac{r_1}{b}\right)^2 I$

því verður

$$\vec{B}_1 = \hat{a}_\phi B_{\phi 1} = \hat{a}_\phi \frac{\mu_0 r_1 I}{2\pi b^2} \quad r_1 \leq b$$

Vex línulega með fjarlægð frá miðju virs

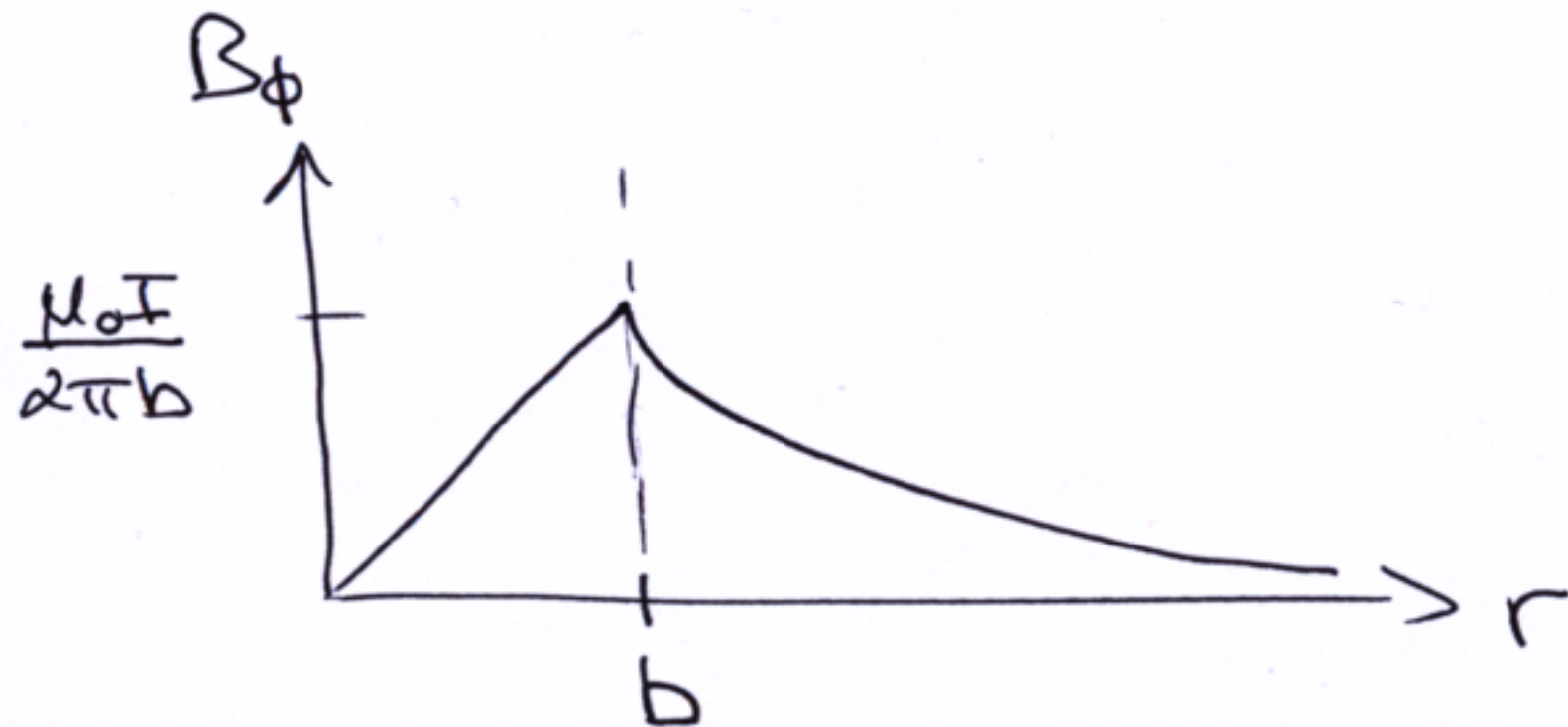
Utan

6

$$\vec{B}_2 = \hat{a}_\phi B_{\phi 2}, \quad dl = \hat{a}_\phi r_2 d\phi$$

$$\oint_{C_2} \vec{B}_2 \cdot d\vec{l} = 2\pi r_2 B_{\phi 2}$$

$$\rightarrow \vec{B}_2 = \hat{a}_\phi B_{\phi 2} = \hat{a}_\phi \frac{\mu_0 I}{2\pi r_2} \quad r_2 \geq b$$



þú sést strax að inni í
leiðandi siglingstel
næ yfirborð ströms
er $\vec{B} = 0$

En utan er svíð
af sans kærar legund

Vigurmálhiti

7

vegna $\nabla \cdot \vec{B} = 0$ er hægt að finna vigrsvið $\vec{A}$
p.a.

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$$

þessi jafna veikir ekki til að fast ákveða $\vec{A}$

"Öll vigrsvið $\vec{A}$ má skipta upp í tvo þætti $\vec{A} = \vec{A}_l + \vec{A}_t$
p.a. $\nabla \times \vec{A}_l = 0$ og $\nabla \cdot \vec{A}_t = 0$. Þú er hægt að
bata $\vec{A}'$ við $\vec{A}$ p.a. $\nabla \times \vec{A}' = 0$. $\vec{B}$ er óbreytt
en $\vec{A}$ er ekki ákvarðað að fyllu

↑ Hér stendur t fyrir transverse og l fyrir
longitudinal

Skóðum

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} \rightarrow \boxed{\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{A} = \mu_0 \vec{J}}$$

8

Það

$$\boxed{\vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A} = \mu_0 \vec{J}} \quad (*)$$

Í raun þarf að nota $\nabla^2 \vec{A} = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) - \vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{A}$ sem skilgreiningu á $\nabla^2 \vec{A}$. Í kartískum hnítum fast

$$\nabla^2 \vec{A} = \hat{Q}_x \nabla^2 A_x + \hat{Q}_y \nabla^2 A_y + \hat{Q}_z \nabla^2 A_z$$

en þessi einföldun er ekki almennt gildir
önnur hnítakerfi

Víð samum áður að $\nabla \times \bar{E} = 0$ ver notað til þess að finna V þ.a. $\bar{E} = -\nabla V$ ⑨

Hér má nota $\nabla \times \bar{A}_e = 0$ til þess að finna skalarmotti sem gefi $\bar{A}_e$: $\bar{A}_e = -\nabla \Phi$ t.d. þetta skalarmotti finnst aldrei í $\bar{B}$ því

$$\bar{B} = \nabla \times (\bar{A}_e - \nabla \Phi) = \nabla \times \bar{A}_e$$

Því tökum við mesta frelsi sem við höfum og
kröfumst

$$\nabla \cdot \bar{A} = 0$$

← A hefur þá æðis þverhluta

og jafnan verður

$$\nabla^2 \bar{A} = -\mu_0 \bar{J}$$

(Coulomb mæli,
þver mæli
geislunarmæli)

II óendanlegu stærðarrúmi er lausu þessara jöfna

(10)

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{V'} d\vec{r}' \frac{\vec{J}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \quad (**)$$

Tengsl $\vec{A}$ og $\vec{B}$, $\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$ má líka skrifa á
heilnis formi með því að heilda yfir yfirborð og
nota reglu Stokes:

$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{s} = \int_S (\nabla \times \vec{A}) \cdot d\vec{s} = \oint_C \vec{A} \cdot d\vec{l}$$

C er jaðar yfirborðsins S .

$$\rightarrow \boxed{\Phi = \oint_C \vec{A} \cdot d\vec{l}}$$

$\bar{I}$ (**) er stundum fjallað um straumdræfingu sem er einvið eftir einhverjum lokuðum ferli C' (I er þá stílgreint með S -föllum) og gáfan verður

$$\bar{A}(\bar{r}) = \frac{\mu_0 \bar{I}}{4\pi} \oint_{C'} \frac{d\bar{l}'}{|\bar{r} - \bar{r}'|}$$

Segulflæðisvið er þá

$$\bar{B}(\bar{r}) = \frac{\mu_0 \bar{I}}{4\pi} \int_{C'} \bar{\nabla} \times \left(\frac{d\bar{l}'}{R} \right)$$

Notum

$$\bar{\nabla} \times (f \bar{G}) = f \bar{\nabla} \times \bar{G} + (\bar{\nabla} f) \times \bar{G}$$

og

$$\bar{\nabla} \left(\frac{1}{R} \right) = - \frac{\bar{r}}{R^3} = - \hat{a}_R \frac{1}{R^2}$$

einíngar vigur frá $\bar{r}'$ til $\bar{r}$

(einnig er gætt að $\nabla \times d\vec{l}' = 0$) þú fæst lögmál

Biot-Savart

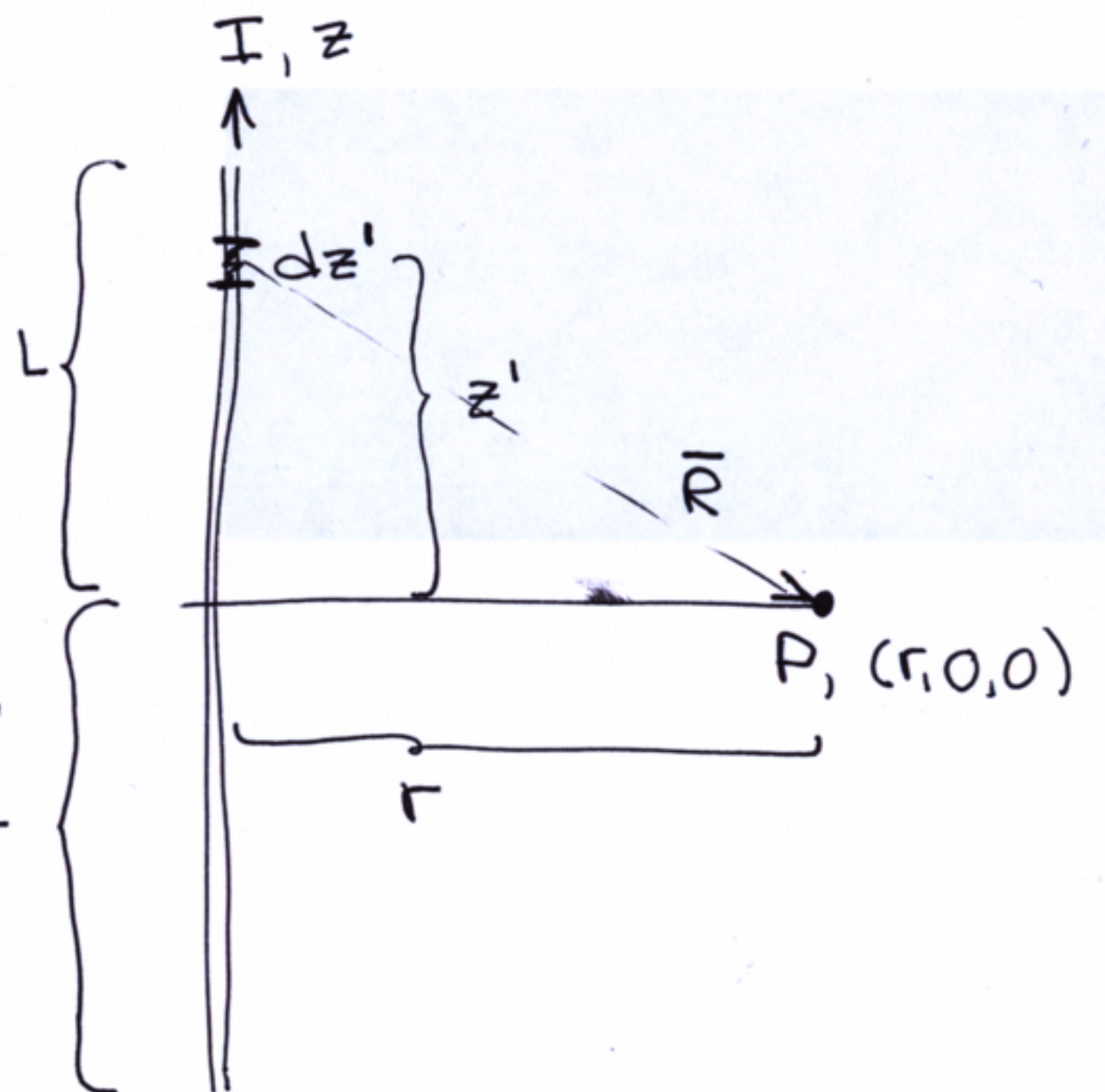
$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint_{C'} \frac{d\vec{l}' \times \hat{A}_r}{|\vec{r} - \vec{r}'|^2}$$

Dæmi

Leiðarabútur með lengd $2L$
og straum I . Finna $\vec{A}$
í fjarlægð r frá miðjum

vér

Leiðarinn heldur áfram, þú
erum við aðeins að finna $\vec{A}$
í punkti P vegna þessa
búts



$d\vec{l}' = \hat{a}_z dz'$, sivalnings unit eru þagilegust

$$R = \sqrt{(z')^2 + r^2}$$

$$\rightarrow \vec{A} = \hat{a}_z \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{-L}^L \frac{dz'}{\sqrt{(z')^2 + r^2}}$$

$$= \hat{a}_z \frac{\mu_0 I}{4\pi} \left[\ln(z' + \sqrt{(z')^2 + r^2}) \right] \Big|_{-L}^L$$

$$= \hat{a}_z \frac{\mu_0 I}{4\pi} \ln \left\{ \frac{\sqrt{L^2 + r^2} + L}{\sqrt{L^2 + r^2} - L} \right\}$$

$\vec{B}$ má síðan reikna út frá

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A} = \vec{\nabla} \times (\hat{a}_z A_z) = \hat{a}_r \frac{1}{r} \frac{\partial A_z}{\partial \phi} - \hat{a}_\phi \frac{\partial A_z}{\partial r}$$

p.a.

(14)

$$\vec{B} = \hat{a}_\phi \frac{\mu_0 I L}{2\pi r \sqrt{L^2 + r^2}}$$

Da nota Biot-Savart

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint_{C'} \frac{d\vec{l}' \times \hat{a}_r}{R^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint_{C'} \frac{d\vec{l}' \times \vec{R}}{R^3}$$

we

$$\vec{R} = \hat{a}_r r - \hat{a}_z z', \quad d\vec{l}' \times \vec{R} = \hat{a}_z dz' \times (\hat{a}_r r - \hat{a}_z z') \\ = \hat{a}_\phi r dz'$$

og

$$\vec{B} = \hat{a}_\phi \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{-L}^L \frac{r dz'}{((z')^2 + r^2)^{3/2}} = \hat{a}_\phi \frac{\mu_0 I L}{2\pi r \sqrt{L^2 + r^2}}$$