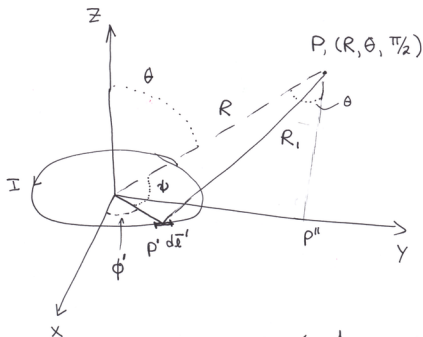


Segultvískaut

1

Stráumlykkja, hrúgur með geisla b , í x - y -sléttu ber stráum I



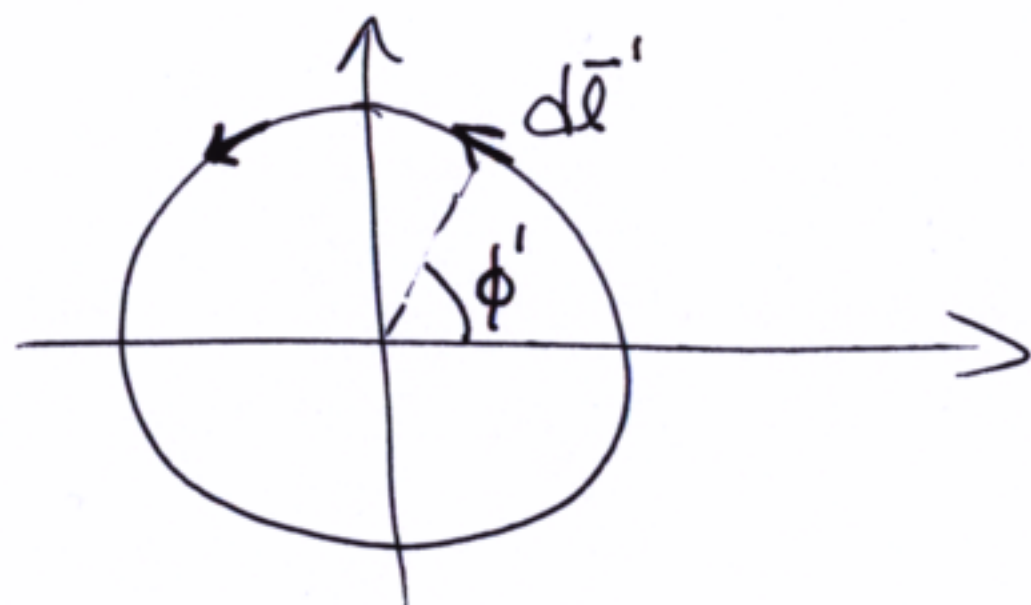
$$\vec{A} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint_{C'} \frac{d\vec{l}'}{R_1}$$

Síðar þegar við viljum skoða markgildið $R \gg b$ viljum við miða sviðið við fjarlægðina frá miðju stráumlykkju R

$$d\vec{l}' = (-\hat{a}_x \sin \phi' + \hat{a}_y \cos \phi') b d\phi'$$

Við höfum fest tünubandið P yfir y -ásnum

(2)



Spoglað um y -ás finnst samsvarandi dl' þ.a. y -páttur þessara tveggja straumfryma styttist út í heildun

$$\rightarrow \bar{A} = -\hat{a}_x \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{b \sin \phi'}{R} d\phi'$$

Samhverfa gerir uggjambeyt að heilda helming bilisins og margfeldi með 2. Eins er augljóst að almenmur P gæfi $\hat{a}_\phi$ í stað $\hat{a}_x$

$$\rightarrow \bar{A} = \hat{a}_\phi \frac{\mu_0 I b}{2\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{\sin \phi'}{R} d\phi'$$

(3)

Cösínus regla gefur

$$R_1^2 = R^2 + b^2 - 2bR \cos \psi$$

skodum á mynd leiðir í ljós að

ofanvörð í tveimur
skrefum í stæðis

$$R \cos \psi = R \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) \cos\left(\frac{\pi}{2} - \phi'\right) = R \sin \theta \sin \phi'$$

og

$$\frac{1}{R_1} = \frac{1}{R} \left(1 + \frac{b^2}{R^2} - \frac{2b}{R} \sin \theta \sin \phi' \right)^{-1/2}$$

Viljum reikna fjör-svið og setjum því $R^2 \gg b^2$

$$\rightarrow \frac{1}{R_1} \approx \frac{1}{R} \left(1 - \frac{2b}{R} \sin \theta \sin \phi' \right)^{-1/2}$$

$$\approx \frac{1}{R} \left(1 + \frac{b}{R} \sin \theta \sin \phi' \right)$$

für fest

(4)

$$\bar{A} = \hat{a}_\phi \frac{\mu_0 I b}{2\pi R} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \left(1 + \frac{b}{R} \sin\theta \sin\phi'\right) \sin\phi' d\phi'$$

$$= \hat{a}_\phi \frac{\mu_0 I b^2}{4R^2} \sin\theta$$

p. $R \gg b$

og $\bar{B} = \bar{\nabla} \times \bar{A}$ gefür

$$\bar{B} = \hat{a}_R \frac{1}{R \sin\theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (A_\phi \sin\theta) - \hat{a}_\theta \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R A_\phi)$$

$$= \frac{\mu_0 I b^2}{4R^3} (\hat{a}_R 2\cos\theta + \hat{a}_\theta \sin\theta)$$

Heildit mæ leysa nákvæmlega án þess að nota $R \gg b$ þá fást (5)

$$\bar{A} = \frac{\mu_0 I b}{\pi} \frac{1}{\sqrt{b^2 + R^2 + 2Rb \sin \theta}} \left[\frac{(2 - k^2) K(k) - 2E(k)}{k^2} \right]$$

$$k^2 = \frac{4bR \sin \theta}{R^2 + b^2 + 2Rb \sin \theta}$$

og K og E eru fullkomnu sporbangsheildir

$$K(k) = \int_0^{\pi/2} \frac{da}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 a}}, \quad E(k) = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - k^2 \sin^2 a} da$$

Lausnir eru einungis sett hér til þess að sýna að hær sé til í formi vel þekktra falla.

Skóðum aftur lausnina

6

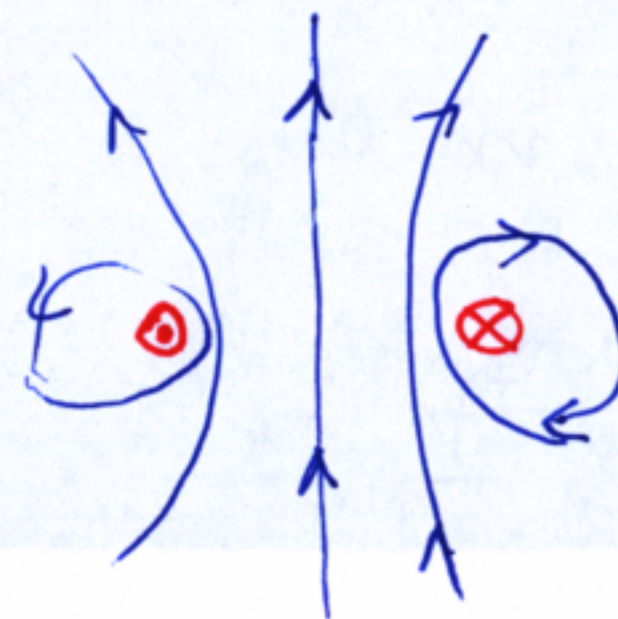
$$\bar{A} = \hat{a}_\phi \frac{\mu_0 (I \pi b^2)}{4\pi R^2} \sin \theta$$

Ef skilgreint er tvískauts segulvegð

$$\bar{m} = \hat{a}_z I \pi b^2 = \hat{a}_z I S = \hat{a}_z m$$

Þá fæst

$$\bar{A} = \frac{\mu_0 \bar{m} \times \hat{a}_R}{4\pi R^2}$$



Sambærilegt mætti þá rættvískauti

$$V = \frac{\bar{p} \cdot \hat{a}_R}{4\pi \epsilon_0 R^2}$$

Segun og Jafugildur straumþéttleiki

Í efni fínast segultvískaut. þau geta ~~ræst~~ upp og leitt til segulmagns $\vec{M}$ ← þéttleiki tvískauts

$$d\vec{m} = \vec{M} dv'$$

$$\rightarrow d\vec{A} = \mu_0 \frac{\vec{M} \times \hat{A}_R}{4\pi R^2} dv'$$

Er vigursvæðið vegna segulvagns
lítils rúmfrýmis dv'

$$= \frac{\mu_0}{4\pi} \vec{M} \times \vec{\nabla}' \left(\frac{1}{R} \right) dv'$$

$$\rightarrow \vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{V'} \vec{M} \times \vec{\nabla}' \left(\frac{1}{R} \right) dv'$$

Heildarvigursvæðið frá
efnisbútnum í V'

Notum vigur líkúnaa) $\nabla \times (f \vec{G}) = f \nabla \times \vec{G} + (\nabla f) \times \vec{G}$

$$\rightarrow \vec{M} \times \nabla' \left(\frac{1}{R} \right) = -\frac{1}{R} \nabla' \times \vec{M} - \nabla' \times \left(\frac{\vec{M}}{R} \right)$$

þá fæst

$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{V'} \frac{\nabla' \times \vec{M}}{R} dv' - \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{V'} \nabla' \times \left(\frac{\vec{M}}{R} \right) dv'$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi} \left\{ \int_{V'} \frac{\nabla' \times \vec{M}}{R} dv' + \oint_{S'} \frac{\vec{M} \times \hat{a}_n}{R} ds' \right\} \quad (*)$$

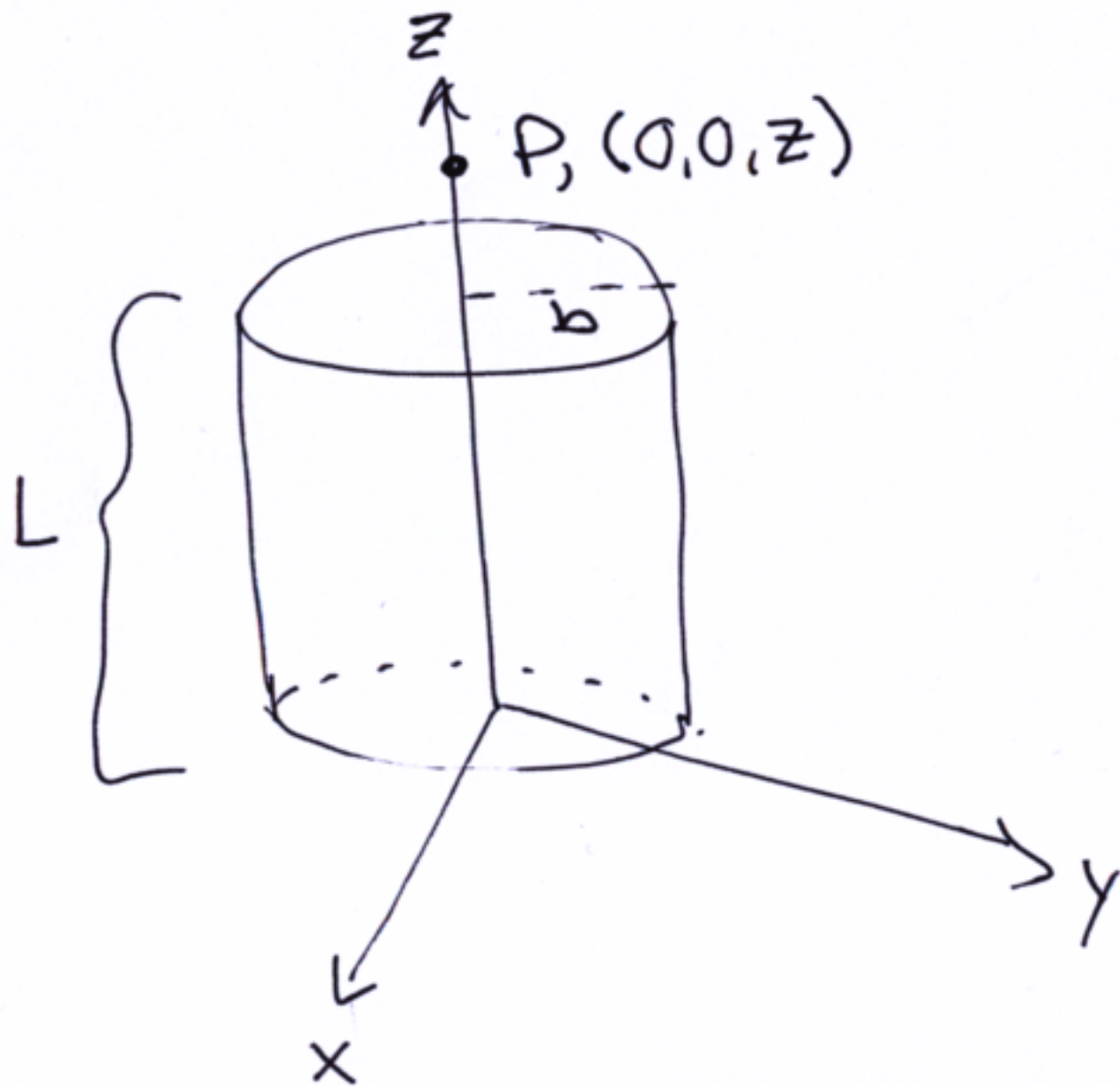
p.s. við notuðum

$$\int_{V'} \nabla' \times \vec{F} dv' = - \oint_{S'} \vec{F} \times d\vec{s}'$$

Útlit jöfnumar segir okkur ætíð í stað $\vec{M}$ sé
hægt að skilgreina seglaströum þótt $\vec{M}$ sé
rúmi og yfirbærð p.a.

$$\vec{J}_m = \nabla \times \vec{M}, \quad \vec{J}_{ms} = \vec{M} \times \hat{a}_n$$

Dæmi



Finna segulflæði $\vec{B}$ á $\vec{a}$ stangarseguls með geisla b og
lengd L, og einleita seglu

$$\vec{M} = \hat{a}_z M_0$$

(b)

Einstekt segum $\rightarrow \bar{\mathbf{J}}_{\text{m}} = \bar{\nabla}' \times \bar{\mathbf{M}} = 0$

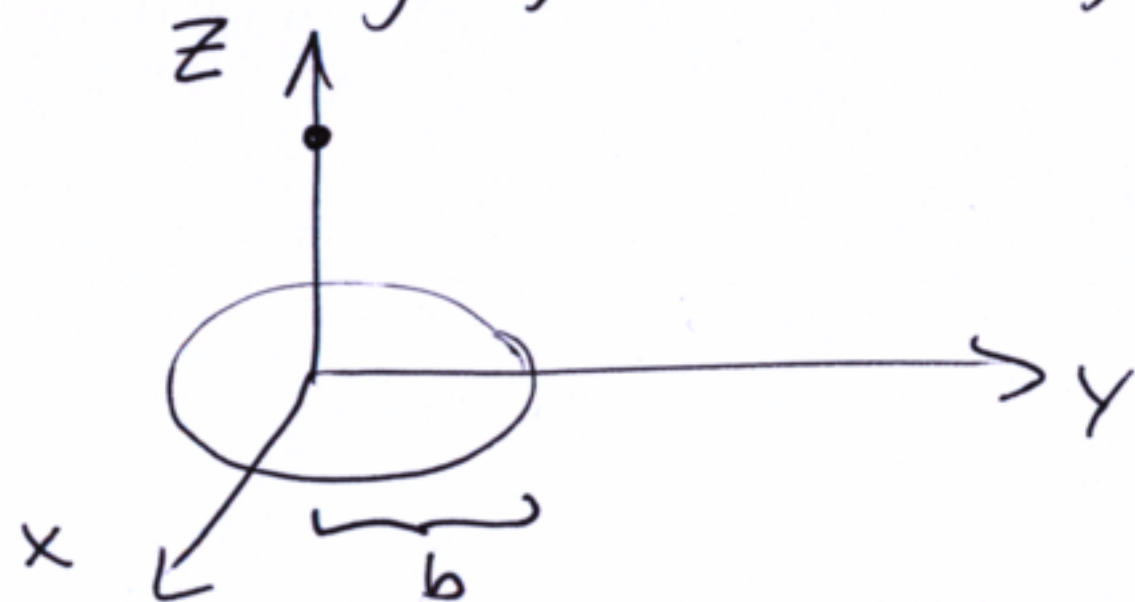
'A hlífisvalningur

$$\bar{\mathbf{J}}_{\text{ms}} = \bar{\mathbf{M}} \times \hat{\mathbf{a}}_n = (\hat{\mathbf{a}}_z M_0) \times \hat{\mathbf{a}}_r = \hat{\mathbf{a}}_\phi M_0$$



'A endaflötun er $\hat{\mathbf{a}}_n$ samsíða $\bar{\mathbf{M}}$ and samsíða $\bar{\mathbf{M}} \rightarrow \bar{\mathbf{J}}_{\text{ms}} = 0$ á endum

$\bar{\mathbf{I}}$ Ex 6-6 er reiknað segul flodisvið einnar strömun-lyktju á ás yfir henni miðri (líka gert í E-2)



$$\bar{\mathbf{B}} = \hat{\mathbf{a}}_z \frac{\mu_0 I b^2}{2(z^2 + b^2)^{3/2}}$$

Nú erum við með sivaluingsflöt með staumpettlika
frá hverjum hring $\bar{a}$ yfir höndum með dz' fast
 $\overbrace{M_0 dz'}^I = I_m dz'$

$$d\vec{B} = \hat{a}_z \frac{\mu_0 (M_0 dz') b^2}{2 [(z-z')^2 + b^2]^{3/2}}$$

Nú viljum við yfir z'

$$\vec{B} = \hat{a}_z \int_0^L \frac{\mu_0 M_0 b^2 dz'}{2 [(z-z')^2 + b^2]^{3/2}}$$

$$= \hat{a}_z \frac{\mu_0 M_0}{2} \left\{ \frac{z}{\sqrt{z^2 + b^2}} - \frac{z-L}{\sqrt{(z-L)^2 + b^2}} \right\}$$

Nærrí efni getur segulflæðisviðið $\vec{B}$ rætt upp
tví skautum innan efnisins og þá þend
strauma p.a.

$$\frac{1}{\mu_0} \vec{\nabla} \times \vec{B} = \vec{J} + \vec{J}_m = \vec{J} + \vec{\nabla} \times \vec{M}$$

$$\rightarrow \vec{\nabla} \times \left(\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M} \right) = \vec{J} \quad \leftarrow \text{“fjáls straumur”}$$

þú er heppilegt að skilgreina segulsviðið $\vec{H}$ p.a.

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M} \rightarrow \vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J}$$

Ef efni er línulegt gildir

$$\overline{M} = \chi_m \overline{H}$$

með χ_m segulvæðtak

$$\begin{aligned}\overline{B} &= \mu_0 (1 + \chi_m) \overline{H} \\ &= \mu_0 \mu_r \overline{H} = \mu \overline{H}\end{aligned}$$

$$\mu_r = 1 + \chi_m = \frac{\mu}{\mu_0}$$

samband

$\overline{B}$	—	$\overline{B}$
$\overline{H}$	—	$\overline{H}$
ϵ	—	$\frac{1}{\mu}$
$\overline{D}$	—	$-\overline{M}$
ρ	—	$\overline{J}$
V	—	$\overline{A}$