

Aðeins um kvörða

Við útlíðum á bylgjujöfnunum

$$\nabla^2 \bar{A} - \mu\epsilon \frac{\partial^2}{\partial t^2} \bar{A} = -\mu \bar{J}$$

$$\nabla^2 V - \mu\epsilon \frac{\partial^2}{\partial t^2} V = -\frac{\rho}{\epsilon}$$

notuðum við Lorentz-kvörðum

$$\bar{\nabla} \cdot \bar{A} + \mu\epsilon \frac{\partial}{\partial t} V = 0$$

Enn er þó þelsi eftir, þarí breytingin

$$\bar{A} \rightarrow \bar{A} + \bar{\nabla} \lambda$$

$$V \rightarrow V - \frac{\partial}{\partial t} \lambda$$

með

$$\nabla^2 \lambda - \mu\epsilon \frac{\partial^2}{\partial t^2} \lambda = 0$$

Þreytir ekki Lorentz-kvörðum ^①

Eins hefum við getað valið Coulomb-kvörðum í stað Lorentz-kvörðum

$$\bar{\nabla} \cdot \bar{A} = 0$$

þá fengjum jöfnur

$$\nabla^2 V = -\frac{\rho}{\epsilon}$$

$$\nabla^2 \bar{A} - \mu\epsilon \frac{\partial^2}{\partial t^2} \bar{A} = -\mu \bar{J} + \mu\epsilon \bar{\nabla} \frac{\partial V}{\partial t}$$

Poisson jafnan fyrir V!

Til viðbótar má finna að aðeins $\bar{J}_t$ skiptir máli í seinni jöfnunni. og súð án seinkunar stýttast út. Mikil vortat. ...

Lotubundin svið í tíma

Maxwell jöfnur eru línulegar

→ Lotubundnar sveiflur í uppsprettum leidda til svíða með sömu lotu þegar stöðug ástönd eru stöðud

→ Fourier greining (ræðir eða um formum) leyfir okkur að fjalla um almenna tímaþróun

→ tímahlutfærissamhverfa

Notum fasora tákunum.
Ef rafsvið er tímahæð með $\cos(\omega t)$ þá verður notað

$$\bar{E}(\bar{x}, t) = \text{Re}[\bar{E}(\bar{x}) e^{i\omega t}]$$

p.s. $\bar{x} = (x, y, z)$ t.d.

Því er greinilegt að $\frac{\partial}{\partial t} \bar{E}(\bar{x}, t)$ mun verða táknað með $i\omega \bar{E}(\bar{x})$

Þátturinn $e^{i\omega t}$ mun styttast út úr jöfnunum

Jöfnur Maxwell's verða

$$\nabla \times \bar{E} = -i\omega\mu\bar{H}$$

$$\nabla \times \bar{H} = \bar{J} + i\omega\epsilon\bar{E}$$

$$\nabla \cdot \bar{E} = \frac{\rho}{\epsilon}, \quad \nabla \cdot \bar{H} = 0$$

Bylgjujöfnur verða

$$\nabla^2 V + k^2 V = -\frac{\rho}{\epsilon}$$

$$\nabla^2 \bar{A} + k^2 \bar{A} = -\mu \bar{J}$$

$$k = \omega\sqrt{\mu\epsilon} = \frac{\omega}{u}$$

Í einleitu rúmi vor lausnin 3
öður

$$V(R,t) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int_{V'} \frac{\rho(t - \frac{R}{u})}{R} dv'$$

$$\text{Ef } \rho(R,t) = \text{Re}[\rho(R)e^{i\omega t}]$$

þá fæst fyrir samsæðar jöfnur

$$\rho(R, t - \frac{R}{u}) = \text{Re}[\rho(R)e^{i\omega(t - \frac{R}{u})}]$$

og þar sem $k = \frac{\omega}{u}$ fæst

$$\rho(R, t - \frac{R}{u}) = \text{Re}[\rho(R)e^{i\omega t} e^{-ikR}]$$

því verða lausnirnar táknaðar með fasorum

$$V(R) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int_{V'} \frac{\rho e^{-ikR}}{R} dv'$$

$$A(R) = \frac{\mu}{4\pi\epsilon} \int_{V'} \frac{\bar{J} e^{-ikR}}{R} dv'$$

Hér er gott að muna að

$R = |\bar{x} - \bar{x}'|$ þ. s. $\bar{x}$ er athugunar-

punktur og $\bar{x}'$ er uppsprettu-
punktur

(4)

Bylgju lengdin $\lambda = \frac{u}{f}$
getur verið mjög m. s. m. v.
 R í okkar dæmum

$$k = \frac{2\pi f}{u} = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Almennt er

$$e^{-ikR} = 1 - ikR + \frac{k^2 R^2}{2} + \dots$$

því fast ef $kR \ll 1$

$$e^{-ikR} \approx 1$$

af fasor-lausnirnar líkjast
tíma óháðu lausnum

Langbylgju nálgun.....

Þá
Nær-lausn.....

Stíðum á uppsettina
má lýsa með

$$\nabla \times \bar{E} = -i\omega\mu\bar{H}$$

$$\nabla \times \bar{H} = i\omega\epsilon\bar{E}$$

$$\nabla \cdot \bar{E} = 0, \nabla \cdot \bar{H} = 0$$

Átlagum

$$\bar{E} = \frac{1}{i\omega\epsilon} \nabla \times \bar{H}$$

notum í 1. jöfnunni

$$\begin{aligned} \nabla \times \bar{E} &= \frac{1}{i\omega\epsilon} \nabla \times \nabla \times \bar{H} \\ &= -i\omega\mu\bar{H} \end{aligned}$$

Þá

$$\frac{1}{i\omega\epsilon} \left\{ \nabla(\nabla \cdot \bar{H}) - \nabla^2 \bar{H} \right\} = -i\omega\mu\bar{H}$$

$$-\nabla^2 \bar{H} = \omega^2\epsilon\mu\bar{H}$$

Þá

$$\nabla^2 \bar{H} + k^2 \bar{H} = 0$$

því $k = \omega\sqrt{\epsilon\mu}$

Á svipaðan hátt fæst

$$\nabla^2 \bar{E} + k^2 \bar{E} = 0$$

Þetta eru Helmholtz jöfnur fyrir
vígursviðin $\bar{H}$ og $\bar{E}$

Skodum aftur

$$\nabla \times \bar{H} = \bar{J} + i\omega\epsilon\bar{E}$$

Ef einskita efnið er
leiðandi þá gildir

$$\bar{J} = \nabla \bar{E}$$

og jafnan verður

$$\begin{aligned}\nabla \times \bar{H} &= (\nabla + i\omega\epsilon)\bar{E} \\ &= i\omega\left(\epsilon + \frac{\nabla}{i\omega}\right)\bar{E} \\ &= i\omega\left(\epsilon - i\frac{\nabla}{\omega}\right)\bar{E} \\ &= i\omega\epsilon_c\bar{E}\end{aligned}$$

þar sem ϵ_c er tvingiður
rafsvörnum stuðull

$$\epsilon_c = \epsilon' - i\epsilon''$$

með

$$\epsilon' = \epsilon$$

$$\epsilon'' = \frac{\nabla}{\omega}$$

ϵ'' lýsir sveiflum úr fasa
við uppsprettur. Úr fasa vegna
viðnámshæftra, dofnum...
orkutap

Tap hornið δ_c er

$$\tan \delta_c = \frac{\epsilon''}{\epsilon'} \approx \frac{\nabla}{\omega\epsilon}$$

Góður leiðari

$$\nabla \gg \omega E$$

Góður einaangrari

$$\omega E \gg \nabla$$

þú getur leiðari
verið góður við tæga
fíchi en leiðni versnar
við hokkandi fíchi

Almennt eru E' og E''
líka föll af ω

lesa sjálf um rafsegul róf
í enda 7. Kafla

Stöð 1-skala og orkuskala

$hf = h\omega$ og bera saman

við $k_B T \approx 25 \text{ meV}$

fyrir herbergi-hita

Flatarbylgjur

'A sviði án hleðna eða strauma
fjeltst

$$\nabla^2 \bar{E} + k_0^2 \bar{E} = 0$$

og samskonar fyrir $\bar{H}$.

k_0 er bylgjutalan í tómarúmi

$$k_0 = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} = \frac{\omega}{c}$$

Í kartískum hnitum er jafnan

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k_0^2 \right) E_x = 0$$

fyrir hnitid E_x

Hugsunum okkar bylgju
með einstötu E_x

á stöttum þvert á z

$$\rightarrow \frac{\partial^2}{\partial x^2} E_x = 0, \frac{\partial^2}{\partial y^2} E_x = 0$$

og jafnan verður

$$\frac{d^2}{dz^2} E_x + k_0^2 E_x = 0$$

Lausnir

$$E_x(z) = E_0^+ e^{-ik_0 z} + E_0^- e^{ik_0 z}$$

fastar, almenningar

Athugum fasorinn

$$E_0^+ e^{-ik_0 z}$$

Hvað gefur hann í tíma

$$E_x^+(z, t) = \text{Re} \left[E_x^+ e^{i(\omega t - k_0 z)} \right]$$
$$= E_0^+ \cos(\omega t - k_0 z)$$

Bylgja sem ferðast. fastum
fasann

$$\omega t - k_0 z = \text{fastur fæsi}$$

og könnun fasahraða

$$u_p = \frac{dz}{dt} = \frac{\omega}{k_0} = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} = c$$

k_0 tengist λ_0

$$\lambda_0 = \frac{2\pi}{k_0}$$

Hinn fasorinn E_x^-
gefur bylgju sem
ferðast í $-z$ -stefnu
með sama ~~fasahraða~~

Ef við þurfum aðeins
bylgju í z -stefnu

$$E_0^- = 0$$

Með þessu rafsviði fylgir
segulsvið

10

$$\nabla \times \vec{E} = -i\omega\mu_0 \vec{H}$$

$$\nabla \times \vec{E} = \begin{vmatrix} \hat{a}_x & \hat{a}_y & \hat{a}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x^+(z) & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$$= -i\omega\mu_0 (\hat{a}_x H_x^+ + \hat{a}_y H_y^+ + \hat{a}_z H_z^+)$$

$$\rightarrow H_x^+ = 0$$

$$H_y^+ = \frac{1}{-i\omega\mu_0} \frac{\partial E_x^+(z)}{\partial z}$$

$$H_z^+ = 0$$

$$\frac{\partial E_x^+(z)}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} (E_0 e^{-ik_0 z})$$

$$= -ik_0 E_x^+(z)$$

$$\rightarrow H_y^+ = \frac{k_0}{\omega\mu_0} E_x^+(z)$$

$$= \frac{1}{\eta_0} E_x^+(z)$$

$$\eta_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \simeq 377 \, \Omega$$

eigið samvinnuam tónsins.

$\eta_0 \in \mathbb{R} \rightarrow \bar{E}$ og $\bar{B}$ hafa
sama fasa

$$\begin{aligned} \bar{H}(z,t) &= \hat{a}_y H_y^+(z,t) \\ &= \hat{a}_y \operatorname{Re} [H_y^+(z) e^{i\omega t}] \end{aligned}$$

$$= \hat{a}_y \frac{E_0^+}{\eta_0} \cos(\omega t - k_0 z)$$

$\bar{E}$ og $\bar{H}$ eru hornrétt og
líka á útbreiddis stefnu $\hat{a}_z$