

Rafgas

Venjulega í heild öhlæðid

Rafeindir + jónir í efri
loftlögum ← geislu sölur

Rafeindir í málmi, jónir
kríSTALLSINS

.....

Einfalt líkan

Ímyndum okkur rafeind
bandna samkv. lögmáli
Hooks

$$-e\bar{E} = m \frac{d^2 \bar{x}}{dt^2} = -m\omega^2 \bar{x} \quad (1)$$

hnikum rafeindbrúna er

$$\bar{x} = \frac{e}{m\omega^2} \bar{E}$$

Tákna m. fasorum, yfarskið
er lotubundið.

→ tilverður skautun

$$\bar{p} = -e\bar{x}$$

fyrir N rafeindir í einungarrúni
fast skautunar þéttun

$$P = Np = -\frac{Ne^2}{m\omega^2} \bar{E}$$

því fast

$$\bar{D} = \epsilon_0 \bar{E} + \bar{P}$$

$$= \epsilon_0 \left(1 - \frac{Ne^2}{m\omega^2 \epsilon_0} \right) \bar{E}$$

$$= \epsilon_0 \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \right) \bar{E}$$

þar sem

$$\omega_p = \sqrt{\frac{Ne^2}{m\epsilon_0}}$$

er rafgasfjöldinn, náttúrulegur
fjöldistæði rafgass.

$$\epsilon_p = \epsilon_0 \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \right)$$

$$\gamma = i\omega\sqrt{\mu\epsilon_0} \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}} \quad (2)$$

$$\rightarrow \text{Ef } \omega < \omega_p$$

$\gamma \in \mathbb{R}$, engin bylgja
berst. Dotnum

$$\rightarrow \text{Ef } \omega > \omega_p$$

γ hefur einungis þærlenta

Bylgja berst án
dotnumar

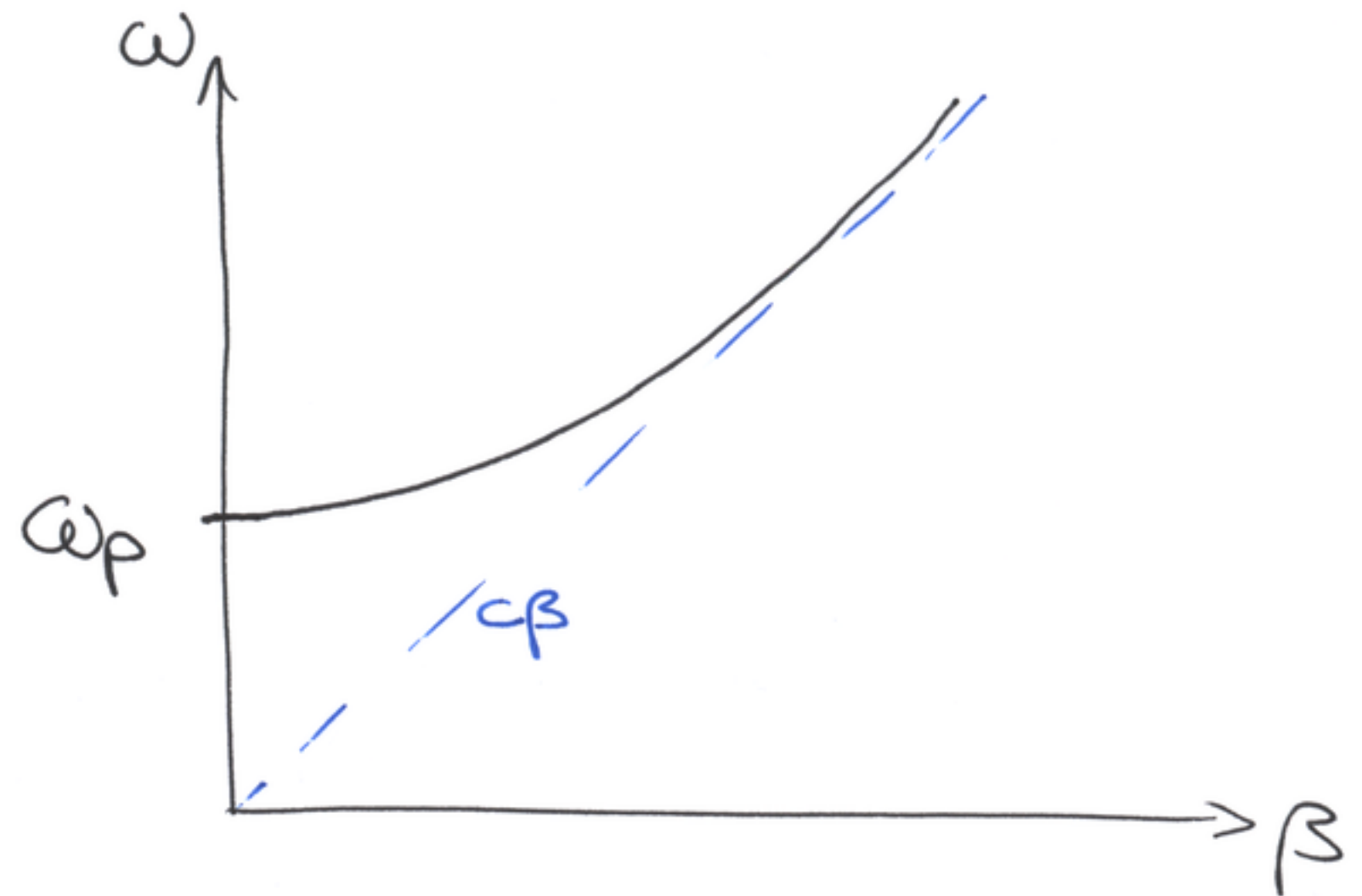
ω_p er þröskuldsfjöldinn

þegar $E_p = 0$ þarf
hverfandi ytri treflum
 $\bar{D}$ til þess að koma
af stað plasma sveiflum
með tilheyrandi sveiflum
í $\bar{E}$ (sem dafna ekki).

Rafgas kerma

Beti út leiðsla sýnir
að bæði eru til hver-
og langbylgjur í
rafgasinu. Í 3D
hafa báðar sömu
þróstulds tölur

3
Allt af dafnum til staðar en
húu getur verið lítil.....



Hvað með plasma-rásir í stað
refrása?

Gröpuhraði

I taplausum miðli

$$v_p = \frac{\omega}{\beta} = \frac{\omega}{\omega \sqrt{\mu\epsilon}}$$

vor fasa hraði v_p fasti.

fyrir efni með tapi er ϵ fall af ω og þú ótengt að v_p sé fasti.



Tréstrun (dispersion)

púls með bylgjum með mism. tíðni
líðast í sundur með t

(4)

Hver bylgja hefur fasa hraða
og púlsinn hefur gröpuhraða

(fasa hraði er notkett hugtak fyrir merki með þröngt tíðnisvið.)

Skönum tvær bylgjur með tíðni og fasa stærð

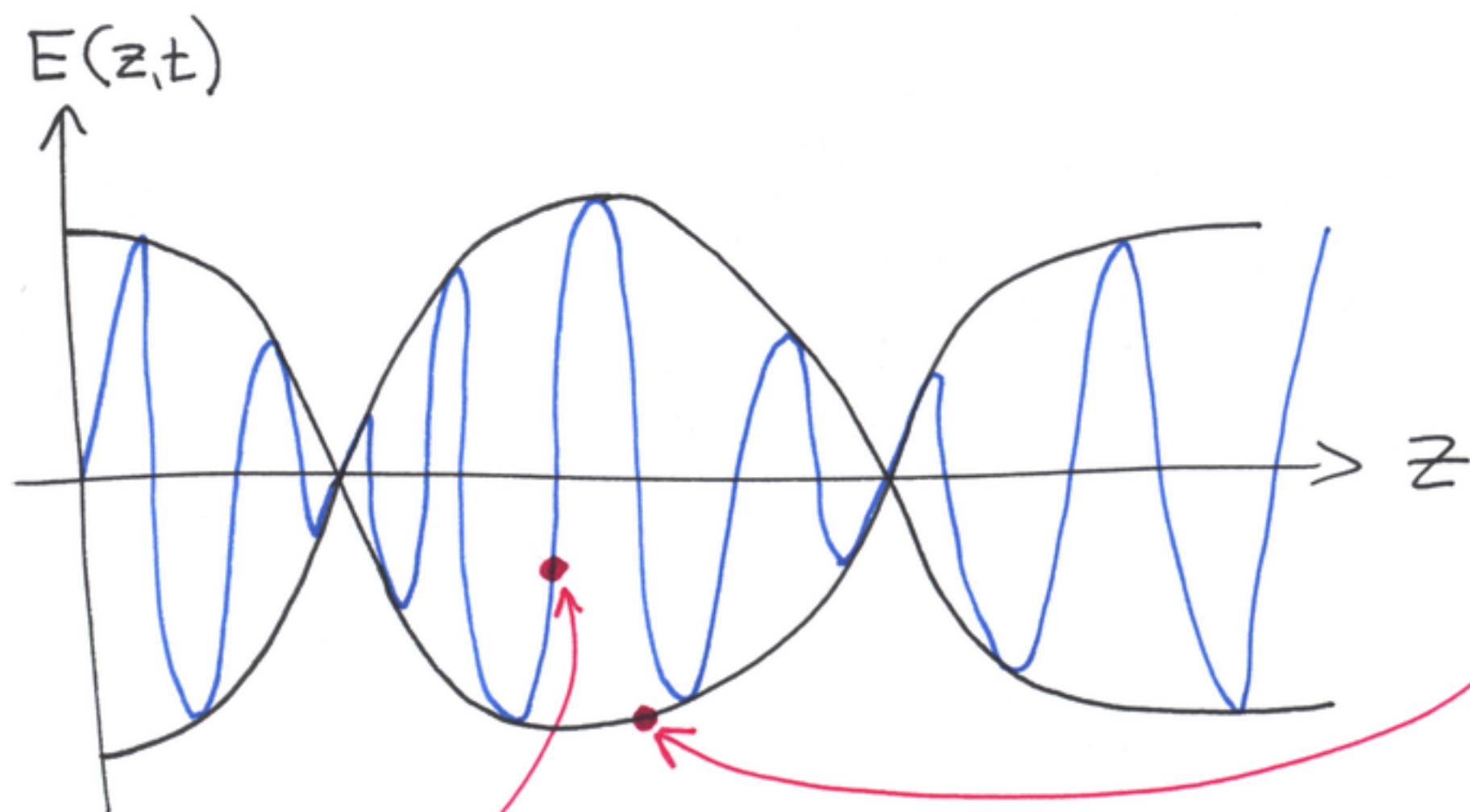
$$\omega_0 + \Delta\omega, \quad \beta_0 + \Delta\beta$$

$$\omega_0 - \Delta\omega, \quad \beta_0 - \Delta\beta$$

(5)

$$E(z,t) = E_0 \cos[(\omega_0 + \Delta\omega)t - (\beta_0 + \Delta\beta)z] \\ + E_0 \cos[(\omega_0 - \Delta\omega)t - (\beta_0 - \Delta\beta)z]$$

$$= \underbrace{2E_0 \cos(t\Delta\omega - z\Delta\beta)}_{\text{útslagið}} \cos(\omega_0 t - \beta_0 z)$$



fasehraði $\omega_0 t - \beta_0 z = \text{fasti}$

$$\rightarrow \boxed{u_p = \frac{dz}{dt} = \frac{\omega_0}{\beta_0}}$$

grúphraði $t\Delta\omega - z\Delta\beta = \text{fasti}$

$$u_g = \frac{dz}{dt} = \frac{\Delta\omega}{\Delta\beta} = \frac{1}{\left(\frac{\Delta\beta}{\Delta\omega}\right)}$$

og almennari jafna er

$$\boxed{u_g = \frac{1}{\left(\frac{d\beta}{d\omega}\right)}}$$

Skodum fyrir rafgasbylgjuna

$$\beta = \omega \sqrt{\mu \epsilon_0} \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^2}$$

$$= \frac{\omega}{c} \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^2}$$

fyrir $\omega > \omega_p$ berst bylgja með
fasakræða

$$u_p = \frac{\omega}{\beta} = \frac{c}{\sqrt{1 - \left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^2}}$$

og grúpukræða

$$u_g = \frac{1}{\left(\frac{d\beta}{d\omega}\right)} = c \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^2}$$

því er

$$u_p \geq c, \quad u_g \leq c$$

og

$$u_p u_g = c^2 \text{ hér.}$$

Almennt má tengja u_g og u_p

$$u_p = \frac{\omega}{\beta}$$

$$\frac{d\beta}{d\omega} = \frac{d}{d\omega} \left(\frac{\omega}{u_p} \right) = \frac{1}{u_p} - \frac{\omega}{u_p^2} \frac{du_p}{d\omega}$$

$$\rightarrow u_g = \frac{u_p}{1 - \frac{\omega}{u_p} \frac{du_p}{d\omega}}$$

tvístrun

því sést:

Engin trústrun

$$\frac{du_p}{d\omega} = 0 \rightarrow U_g = U_p$$

Venjuleg trústrun

$$\frac{du_p}{d\omega} < 0 \rightarrow U_g < U_p$$

fasehraði minnkar með
vaxandi tíðni

Afbrigðileg trústrun

$$\frac{du_p}{d\omega} > 0 \rightarrow U_g > U_p$$

fasehraði vex með
vaxandi tíðni

passar ekki við myndina
af tveimur bylgjum lögðum
saman hér og saman

→ afbrigðilegt

Orkuflæði

Við höfum tvær jöfnur
Maxwells sem lýsa
tíma breytingum

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

Enn fremur gildir um $\vec{E} \times \vec{H}$

$$\nabla \cdot (\vec{E} \times \vec{H}) = \vec{H} \cdot (\nabla \times \vec{E}) - \vec{E} \cdot (\nabla \times \vec{H})$$

almennt vigurjafna

Notum til þess að umskrifa ⑧

$$\nabla \cdot (\vec{E} \times \vec{H}) = -\vec{H} \cdot \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} - \vec{E} \cdot \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} - \vec{E} \cdot \vec{J}$$

Tökum einfalt efni þar sem
 ϵ, μ og ∇ eru óháð t

$$\begin{aligned}\vec{H} \cdot \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} &= \vec{H} \cdot \frac{\partial (\mu \vec{H})}{\partial t} = \frac{1}{2} \frac{\partial (\mu \vec{H} \cdot \vec{H})}{\partial t} \\ &= \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2} \mu H^2 \right)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{E} \cdot \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} &= \vec{E} \cdot \frac{\partial (\epsilon \vec{E})}{\partial t} = \frac{1}{2} \frac{\partial (\epsilon \vec{E} \cdot \vec{E})}{\partial t} \\ &= \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2} \epsilon E^2 \right)\end{aligned}$$

Eins er $\bar{\mathbf{E}} \cdot \bar{\mathbf{J}} = \bar{\mathbf{E}} \cdot (\nabla \bar{\mathbf{E}}) = \nabla E^2$

því föst $\nabla \cdot (\bar{\mathbf{E}} \times \bar{\mathbf{H}}) = -\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2} \epsilon E^2 + \frac{1}{2} \mu H^2 \right) - \nabla E^2$

Heildum yfir rúmið V og breytnum fyrstaðnum í flatarheiti

$$\oint_S (\bar{\mathbf{E}} \times \bar{\mathbf{H}}) \cdot d\bar{\mathbf{S}} = -\frac{\partial}{\partial t} \int_V \left(\frac{1}{2} \epsilon E^2 + \frac{1}{2} \mu H^2 \right) dV - \int_V \nabla E^2 dV$$

Skilgreinum $\bar{\mathcal{P}} = \bar{\mathbf{E}} \times \bar{\mathbf{H}}$ vigur þyngings

og notum

skammta betur
næst

$W_e = \frac{1}{2} \epsilon E^2 = \frac{1}{2} \epsilon \bar{\mathbf{E}} \cdot \bar{\mathbf{E}}^*$

$W_m = \frac{1}{2} \mu H^2 = \frac{1}{2} \mu \bar{\mathbf{H}} \cdot \bar{\mathbf{H}}^*$

$\updownarrow$

orkuþéttleiki rafsviðs

- || - segulsviðs

$$P_R = \nabla E^2 = \frac{J^2}{\nabla} = \nabla \bar{E} \cdot \bar{E}^* = \bar{J} \cdot \bar{J}^* / \nabla$$

afL þétt-
leiki v. vörðunars

10

þá verður jafnan

$$-\oint_{\vec{s}} \bar{S} \cdot d\vec{s} = \frac{\partial}{\partial t} \int_V (w_e + w_m) dv + \int_V P_R dv$$

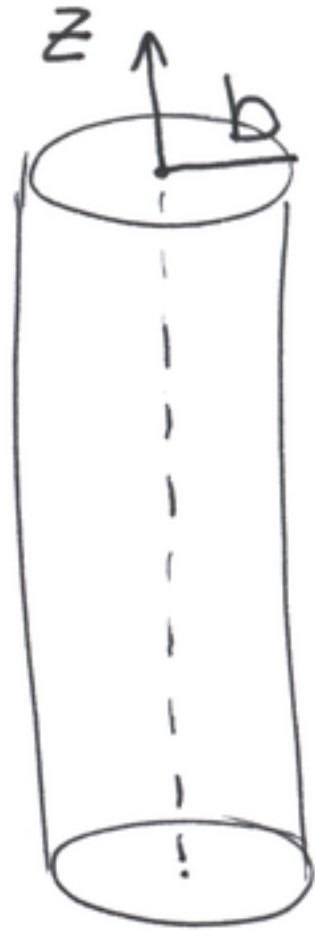
Heildaraflíð sem flæðir ínn í V um S

leiðir til aukningar á geymdri segul og raforku

og aflsins sem eyðist í viðnám innan V

11
 $\vec{S}$ er vígur sem sýnir flæði af Lpöttleika

Dæmi



Langur beindandi vír ber straum I (d.c.)

$$\vec{J} = \hat{a}_z \frac{I}{\pi b^2}, \quad \vec{E} = \frac{\vec{J}}{\sigma} = \hat{a}_z \frac{I}{\sigma \pi b^2}$$

Víð yfirborð virsins er

$$\vec{H} = \hat{a}_\phi \frac{I}{2\pi b}$$

Þú er Þeytinguvígurinn á yfirborðinu

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H} = (\hat{a}_z \times \hat{a}_\phi) \frac{I^2}{2\pi^2 b^3}$$

$$= -\hat{a}_r \frac{I^2}{2\pi^2 b^3}$$

inní vírinn

heildun yfir yfirborðið

12

"lengd" virs

$$-\oint_{\vec{s}} \vec{S} \cdot d\vec{s} = -\oint_{\vec{s}} S \cdot \hat{a}_r ds = \left(\frac{I^2}{2\pi\pi^2 b^3} \right) 2\pi b l$$

$$= I^2 \left(\frac{l}{4\pi b^2} \right) = I^2 R$$

flæði aftur inn
í virinu

$$R = \frac{l}{4\pi S}$$

Orkan sem eyðist
regna viðnáms virs