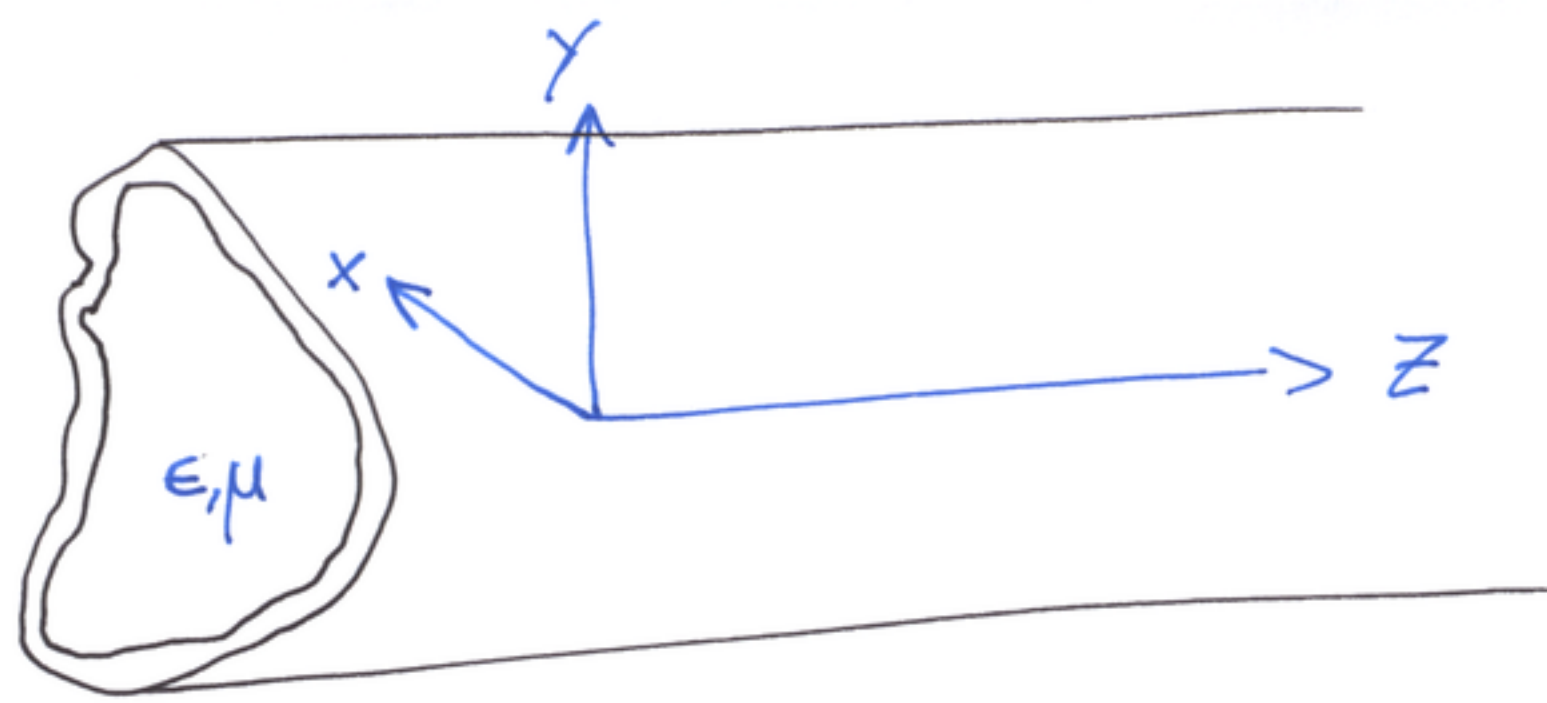


Bylgjuleiðarar

liggur í z -átt með
fastan þverstærð



Bylgja berst í z -stefnu með
bylgju fasta $\gamma = \alpha + i\beta = (ik_c)$

Engar hleðslur og straumar
í leiðara holinu



$$(\nabla^2 + k^2) \bar{E} = 0$$

$$(\nabla^2 + k^2) \bar{H} = 0$$

$$\text{með } k = \omega \sqrt{\mu \epsilon'}$$

þú brennst við við þætti

$$e^{-\gamma z + i\omega t} = e^{-\alpha z + i(\omega t - \beta z)}$$

í sviðunum

Tímaháða raðsviðið er þú

$$(*) \quad \bar{E}(x, y, z, t) = \text{Re} \left[\bar{E}^0(x, y) e^{i\omega t - \gamma z} \right]$$

þaða x og y

Vegna útlits $\bar{E}$ og $\bar{H}$ (*)

$$\begin{aligned}\nabla^2 \bar{E} &= (\nabla_{xy}^2 + \nabla_z^2) \bar{E} \\ &= \left(\nabla_{xy}^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \bar{E} \\ &= (\nabla_{xy}^2 + \gamma^2) \bar{E}\end{aligned}$$

Helmholtz jöfnur verða þú

$$\left\{ \nabla_{xy}^2 + (\gamma^2 + k^2) \right\} \bar{E} = 0$$

$$\left\{ \nabla_{xy}^2 + (\gamma^2 + k^2) \right\} \bar{H} = 0$$

En $\bar{E}$ og $\bar{H}$ tengjast líka
í gegnum jöfnur Maxwells (2)

$$\nabla \times \bar{E} = -i\omega\mu \bar{H}$$

$$\nabla \times \bar{H} = i\omega\epsilon \bar{E}$$

↓

$$H_x^0 = -\frac{1}{h^2} \left(\gamma \frac{\partial H_z^0}{\partial x} - i\omega\epsilon \frac{\partial E_z^0}{\partial y} \right)$$

$$H_y^0 = -\frac{1}{h^2} \left(\gamma \frac{\partial H_z^0}{\partial y} + i\omega\epsilon \frac{\partial E_z^0}{\partial x} \right) (**)$$

$$E_x^0 = -\frac{1}{h^2} \left(\gamma \frac{\partial E_z^0}{\partial x} + i\omega\mu \frac{\partial H_z^0}{\partial y} \right)$$

$$E_y^0 = -\frac{1}{h^2} \left(\gamma \frac{\partial E_z^0}{\partial y} - i\omega\mu \frac{\partial H_z^0}{\partial x} \right)$$

$$h^2 = \gamma^2 + k^2$$

* því uagir æt leysa
jöfnur Helmholtz fyrir
 E_z^0 og H_z^0 síðan
ákvæðast hinir þettirnir
fyrir jöfnum Maxwell (**)

Flokkun bylgjur

TEM: $E_z, H_z = 0$

TM: $H_z = 0$

TE: $E_z = 0$

TEM

$$E_z = 0 \text{ og } H_z = 0$$

(**) $\rightarrow$ aðeins mögulegar lausur
ef $\gamma_{\text{TEM}}^2 + k^2 = 0$

$$\rightarrow \gamma_{\text{TEM}} = i k = i \omega \sqrt{\mu \epsilon}$$

$$\rightarrow v_p(\text{TEM}) = \frac{\omega}{k} = \frac{1}{\sqrt{\mu \epsilon}}$$

fara hraði
TEM-bylgju
í röðum

Jöfnur Maxwell gefa

$$Z_{\text{TEM}} = \frac{E_x^0}{H_y^0} = \frac{\gamma_{\text{TEM}}}{i \omega \epsilon} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} = \eta$$

$$\vec{H} = \frac{1}{Z_{\text{TEM}}} \hat{a}_z \times \vec{E}$$

samhverfa

Ampère Maxwell lögmálið

kreft þess að línuleiki

$\vec{H}$ um lokuðu svæðislinur

í xy-sléttunni sé jafnt

straumur og forslustraumur
í gegnum þór í z-átt

EKKI til hér í hólunni

→ TEM-bylgja
er ekki til í
holunni

TM-bylgjur

$$H_z = 0$$

→ nagir ~~ö~~ reitna E_z

$$(\nabla_{xy}^2 + h^2) E_z^0 = 0 \quad (1)$$

Maxwell jöfnur fyrir
lína þetta má einfalda
sem

$$(E_T^0)_{TM} = -\frac{\chi}{h^2} \nabla_T E_z^0$$

með

$$\nabla_T E_z^0 = \left(\hat{a}_x \frac{\partial}{\partial x} + \hat{a}_y \frac{\partial}{\partial y} \right) E_z^0$$

og
$$\vec{H} = \frac{1}{Z_{TM}} (\hat{a}_z \times \vec{E})$$

ef
$$Z_{TM} = \frac{E_x^0}{H_y^0} = -\frac{E_y^0}{H_x^0} = \frac{\gamma}{i\omega\epsilon}$$

Hér er ① eigingildisjafna
 fyrir E_z^0 og h^2 em stjál
eigingildi sem við finnum
 Þegar jafnan ① er leyst fyrir
 þæ þverskurðarform sem
 við höfum ákuga á

þegar eigingildið er
 fundin má reikna

$$\gamma = \sqrt{h^2 - k^2} = \sqrt{h^2 - \omega^2 \mu \epsilon}$$

Til er þröskuldsforni

$$\omega_c = \frac{h}{\sqrt{\mu \epsilon}}$$

Þá

$$f_c = \frac{h}{2\pi \sqrt{\mu \epsilon}}$$

þegar $\gamma = 0$

$$\gamma = h \sqrt{1 - \frac{\omega^2 \mu \epsilon}{h^2}} = h \sqrt{1 - \left(\frac{f}{f_c}\right)^2}$$

$$\underline{f < f_c}$$

$$\rightarrow \gamma \in \mathbb{R}$$

burðarþætturinn er

$$e^{-\gamma z} = e^{-\alpha z}$$

Engin bylgja berst

$\rightarrow$ Dofnumor ástand

$$\gamma = \alpha = h \sqrt{1 - \left(\frac{f}{f_c}\right)^2}$$

$\rightarrow$ f_c er þröstuldsfærni

$$\underline{f > f_c}$$

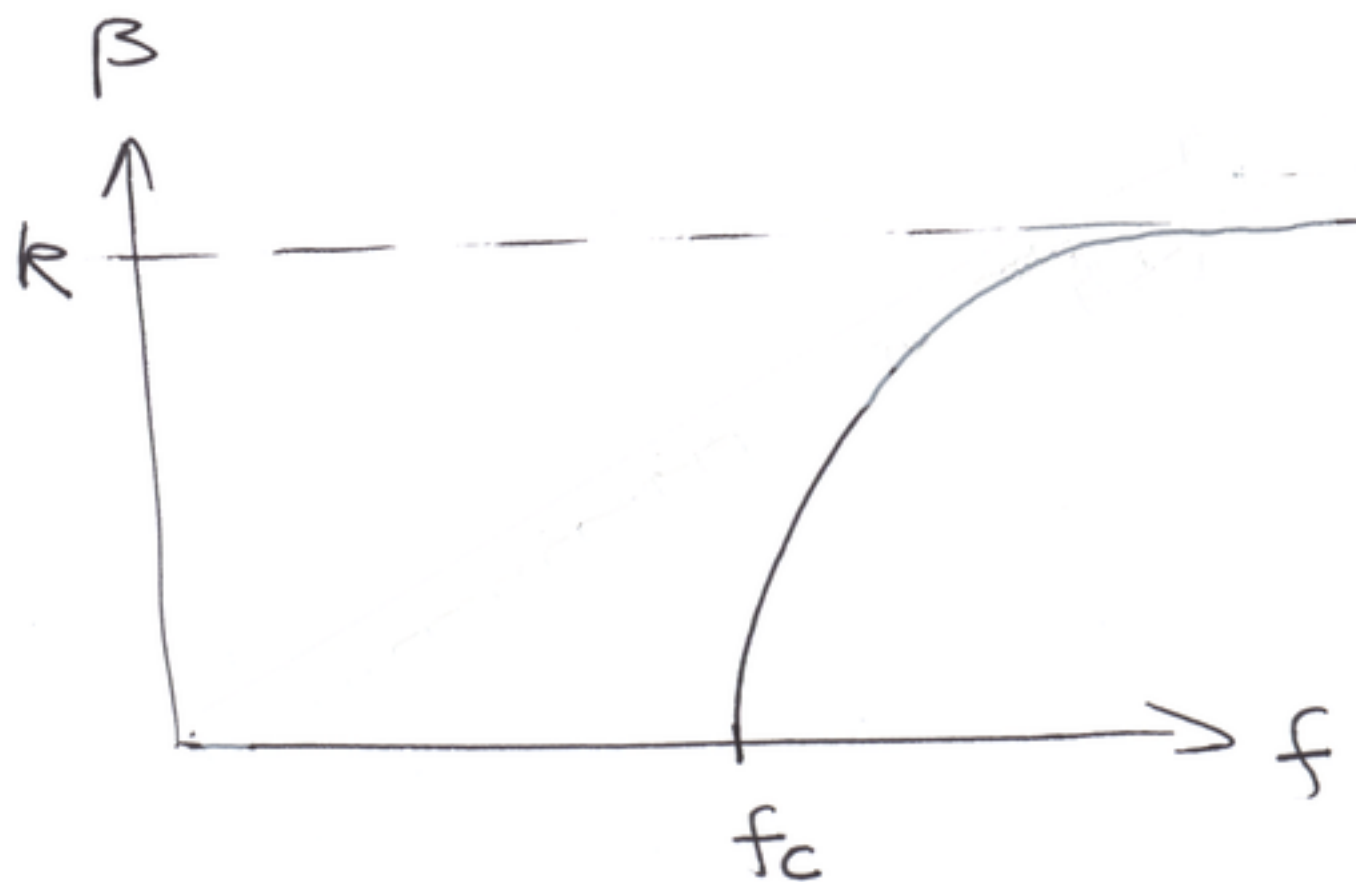
$$\gamma = i\beta = ik \sqrt{1 - \left(\frac{h}{k}\right)^2}$$

$$= ik \sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}$$

$$\text{því } k^2 = \omega^2 \mu \epsilon$$

Bylgja berst með

$$\beta = k \sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}$$



Bylgjulengd í leiðara

$$\lambda_g = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{2\pi}{k} \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}}$$

$$= \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}} > \lambda$$

því

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{1}{f\sqrt{\mu\epsilon}} = \frac{u}{f}$$

og

$$u = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}}$$

Með þröskulds bylgjulengdinni

$$\lambda_c = \frac{u}{f_c}$$

má fá

$$\frac{1}{\lambda^2} = \frac{1}{\lambda_g^2} + \frac{1}{\lambda_c^2}$$

Grúpuhraði

$$u_g = \frac{1}{d\beta/d\omega} = u \sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}$$

$$= \frac{\lambda}{\lambda_g} u < u$$

Fasahraði

$$u_p = \frac{\omega}{\beta} = \frac{u}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}} = \frac{\lambda_g}{\lambda} u > u$$

$$\boxed{u_g u_p = u^2}$$

Bylgjur tvístrað í þessum
leiðara

$$Z_{TM} = \frac{\gamma}{i\omega\epsilon}$$

$$= 2 \sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}$$

En fyrir $f < f_c$

fóttst

$$Z_{TM} = -i \frac{\eta}{\omega\epsilon} \sqrt{1 - \left(\frac{f}{f_c}\right)^2}$$

TE-bylgjur

$$E_z = 0$$

Nú er eiginleikisjafnan

$$\nabla_{xy}^2 H_z + h^2 H_z = 0$$

Maxwell gefur

$$(H_T^0)_{TE} = -\frac{\gamma}{h^2} \nabla_T H_z^0$$

og

$$\vec{E} = -Z_{TE} (\hat{a}_z \times \vec{H})$$

með

$$Z_{TE} = \frac{i\omega\mu}{\gamma}$$

fyrir $f > f_c$

fast afur

$$\gamma = i k \sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2} = i \beta$$

bylgjulausu með

$$Z_{TE} = \frac{\eta}{\sqrt{1 - \left(f_c/f\right)^2}}$$

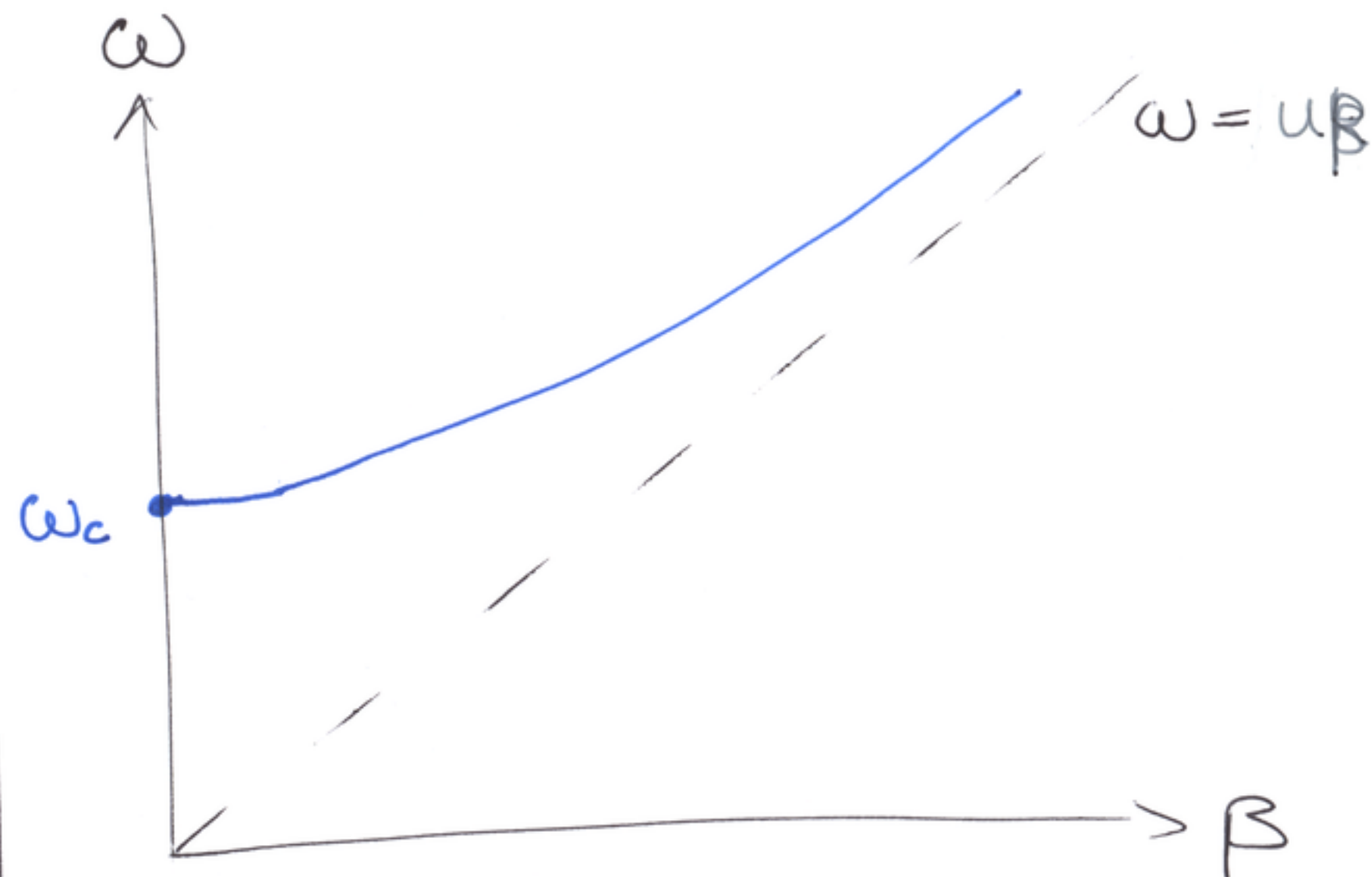
fyrir $f < f_c$

$$\gamma = \alpha = h \sqrt{1 - \left(f/f_c\right)^2}$$

Dofnumarklausu með

$$Z_{TE} = i \frac{\omega \mu}{h \sqrt{1 - \left(f/f_c\right)^2}}$$

Twistur f



$$\beta = k \sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}, \quad k^2 = \frac{\omega^2}{u^2}$$

$$\rightarrow \omega^2 = \omega_c^2 + \beta^2 u^2$$

$$\omega = \sqrt{\omega_c^2 + \beta^2 u^2}$$

TM bylgjur milli tveggja veggja

10

$$H_z = 0$$

$$\left(\frac{d^2}{dy^2} + h^2 \right) E_z^0(y) = 0$$

Jöfnastýringi

$$E_z^0(0) = 0, E_z(b) = 0$$

$$E_z^0(y) = A_n \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right)$$

Maxwell gefur

$$H_x^0(y) = \frac{i\omega\epsilon}{h} A_n \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right)$$

$$E_y^0(y) = -\frac{\gamma}{h} A_n \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right)$$

$$\gamma = \sqrt{\left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 - \omega^2\mu\epsilon} \quad h = \frac{n\pi}{b}$$

með þröskuldstærni

$$f_c = \frac{n}{2b\sqrt{\mu\epsilon}}$$

TM₀ er TEM hættur ($f_c = 0$) og
ríkjandi hættur $\nearrow$ lægsti þröskuldur

einslið Kerfi í x-átt

