

Rafsegul geislun

Við höfum skoðað geislun
frá loftnetum

En viljum nú nálgast lýsingu
á geislum senda á hreyfingu

Þetta fyrsta skref er tekið
fyrir gildi á öllum viðkomandi
stikum sem ekki krefjast
beint afstöðiskenningar.

fyrir geislunar mottún höfðum ^①
við

$$V(R,t) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int_{V'} \frac{\rho(t - R/c)}{R} dv'$$

$$\bar{A}(R,t) = \frac{\mu}{4\pi} \int_{V'} \frac{\bar{J}(t - R/c)}{R} dv'$$

Hér æt geta sín á merking R
utan og innan heildis



Endurntun jöfnur sem

$$V(\vec{r}, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int d\vec{r}' \frac{\rho(\vec{r}', t - \frac{|\vec{r} - \vec{r}'|}{u})}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$$

3d-rúmheildi

$$A(\vec{r}, t) = \frac{\mu}{4\pi} \int d\vec{r}' \frac{\vec{J}(\vec{r}', t - \frac{|\vec{r} - \vec{r}'|}{u})}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$$

Ef uppsprettan hefur lengdarstala a þá viljum við skoða
geislunina fjarni henni p.s. $r \gg a$

þar gildir

$$|\vec{r} - \vec{r}'| = \sqrt{r^2 - 2\vec{r} \cdot \vec{r}' + (r')^2} = r - \hat{n} \cdot \vec{r}' + \dots$$

þar sem

$$\hat{n} = \frac{\vec{r}}{r}$$

er einingarvigurinn í allt atlunganda

Aðfella form mottanna fyrir $r \gg a$ er þá

$$V(\vec{r}, t) \approx \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int d\vec{r}' \rho(\vec{r}', t - \frac{r}{u} + \frac{\hat{n} \cdot \vec{r}'}{u})$$

$$A(\vec{r}, t) \approx \frac{\mu}{4\pi r} \int d\vec{r}' \vec{J}(\vec{r}', t - \frac{r}{u} + \frac{\hat{n} \cdot \vec{r}'}{u})$$

Geislenar tímin $t' \approx t - \underbrace{\frac{r}{u}}_{\text{burðartími til Athuganda}} + \underbrace{\frac{1}{u} \hat{n} \cdot \vec{r}'}_{\text{burðartími um uppsprettu}} = t_r$

burðartími til
Athuganda

burðartími um
uppsprettu

Nú getum við metið sviðin

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A} \quad \text{og}$$

$$\vec{E} = -\vec{\nabla} V - \frac{\partial}{\partial t} \vec{A}$$

og netten nålgenima

(4)

$$\bar{\nabla} \left\{ \frac{1}{r} f \left(t - \frac{r}{u} + \frac{\hat{n} \cdot \bar{r}'}{u} \right) \right\} = -\frac{\hat{n}}{r^2} f(t_r) - \left\{ \frac{\hat{n}}{u} + \frac{\hat{n} \times (\hat{n} \times \bar{r}')}{ur} \right\} \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \frac{1}{r} f(t_r) \right\}$$

$$\left\{ \begin{aligned} t - \frac{r}{u} + \frac{\hat{n} \cdot \bar{r}'}{u} &= t - \frac{r}{u} + \frac{\bar{r} \cdot \bar{r}'}{ru} \\ \bar{\nabla} \left(\frac{\bar{r} \cdot \bar{r}'}{r} \right) &= \bar{\nabla} \left(\frac{\bar{r}}{r} \cdot \bar{r}' \right) = (\bar{r}' \cdot \bar{\nabla}) \frac{\bar{r}}{r} + \bar{r}' \times (\bar{\nabla} \times \frac{\bar{r}}{r}) \\ &= (\bar{r}' \cdot \bar{\nabla}) \hat{n} + \bar{r}' \times \left\{ \bar{\nabla} \left(\frac{1}{r} \right) \times \hat{n} + \underbrace{\frac{1}{r} \bar{\nabla} \times \bar{r}}_{=0} \right\} = (\bar{r}' \cdot \bar{\nabla}) \hat{n} + \bar{r}' \times \underbrace{(-\hat{n} \times \hat{n})}_{=0} \frac{1}{r} \\ &= \frac{1}{r} (\bar{r}' - \hat{n} (\bar{r}' \cdot \hat{n})) = -\frac{1}{r} \hat{n} \times (\hat{n} \times \bar{r}') \end{aligned} \right.$$

$$= -\frac{n}{u} \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \frac{1}{r} f(t_r) \right\} + O\left(\frac{1}{r^2}\right)$$

því fast fyrir síðan (ef $r \gg a$)

5

$$\vec{B}(r,t) \simeq -\frac{\mu}{4\pi} \hat{n} \times \frac{1}{r} \int d\vec{r}' \frac{1}{u} \frac{\partial}{\partial t} \vec{J}(\vec{r}', t_r)$$

$$\vec{E}(r,t) \simeq \frac{\hat{n}}{u} \frac{1}{4\pi\epsilon r} \int d\vec{r}' \frac{\partial}{\partial t} \rho(\vec{r}', t_r) - \frac{\mu}{4\pi r} \int d\vec{r}' \frac{1}{u} \frac{\partial}{\partial t} \vec{J}(\vec{r}', t_r)$$

Notum samfelldnijöfnuna

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho(\vec{r}', t_r) = -\vec{\nabla}' \cdot \vec{J}(\vec{r}', t_r) + \frac{\hat{n}}{u} \cdot \frac{\partial}{\partial t} \vec{J}(\vec{r}', t_r)$$

$\vec{\nabla}'$ verkar líka á t_r með

$$\vec{\nabla}' t_r = \frac{\hat{n}}{u}$$

$\int d\vec{r}' \vec{\nabla}' \cdot \vec{J} = 0$
fyrir takmarkaða
kerfið

notum síðan fyrir almennum vektor $\vec{F}$

$$\hat{n}(\hat{n} \cdot \vec{F}) - \vec{F} = \hat{n} \times (\hat{n} \times \vec{F})$$

til ~~pass~~ $\bar{a}$

6

$$\begin{aligned}\bar{E}(\bar{r}, t) &= u \hat{n} \times \left\{ \frac{\mu}{4\pi} \hat{n} \times \frac{1}{r} \int d\bar{r}' \frac{1}{u} \frac{\partial}{\partial t} \bar{J}(\bar{r}', t_r) \right\} \\ &= -u \hat{n} \times \bar{B}(\bar{r}, t) \quad \left(\bar{B} = \frac{1}{u} \hat{n} \times \bar{E} \right)\end{aligned}$$

Sviðin eru hornrétt og $E^2 = B^2 u^2$

Orkuflæði á flatar og tíma eintögu er

$$\bar{S} = \frac{1}{\mu} \bar{E} \times \bar{B}$$

$$\begin{aligned}\bar{S} &= \bar{E} \times \bar{H} \\ &= \frac{1}{\mu} \bar{E} \times \bar{B}\end{aligned}$$

því er flæði burt frá uppsprettu

$$\hat{n} \cdot \bar{S} = \frac{1}{\mu} (\hat{n} \times \bar{E}) \cdot \bar{B} = \frac{u B^2}{\mu} = \frac{\mu}{(4\pi r)^2 u} \left\{ \hat{n} \times \int d\bar{r}' \frac{\partial}{\partial t} \bar{J}(\bar{r}', t_r) \right\}^2$$

Við höfum meiri áhuga á geisluninni um $\bar{z}$ rúmhornið

$$d\Omega = \frac{dS}{r^2}$$

Það er óháð fjarlægð frá uppsprettu

$$\rightarrow \frac{dP}{d\Omega} = \frac{\mu}{(4\pi)^2 u} \left\{ \hat{n} \times \int d\vec{r}' \frac{\partial}{\partial t} \vec{J}(\vec{r}', t_r) \right\}^2 \quad (*)$$

og heildaröflid er

$$P = \int d\Omega \left(\frac{dP}{d\Omega} \right)$$

Þetta endanlega orkuflæði í málilli fjarlægð er vegna $\frac{1}{r}$ - hegðunar sviðanna (fjarsviðanna)

↑ samsegjuleg öllum geislunar sviðum

Geislun frá hreyðri eind

8

Eind með hleðslu e , og hraða $|\vec{v}| \ll c$

Strömun þéttleikinn er

$$\vec{J}(\vec{r}', t') = e \vec{v}(t') \delta(\vec{r}' - \vec{R}(t'))$$

Stöðsetning eindar
á tíma t'

Þá er samskiði tímum

$$t_r = t - \frac{r}{u} + \frac{1}{u} \hat{n} \cdot \vec{R}(t') \approx t - \frac{r}{u} \equiv t_e$$

$$\frac{v}{u} \ll 1$$

$$\rightarrow \int d\vec{r}' \frac{\partial}{\partial t} \vec{J}(\vec{r}', t_r) \approx \frac{d}{dt} \int d\vec{r}' \vec{J}(\vec{r}', t_e) = e \frac{d\vec{v}}{dt_e}(t_e)$$

Sem sýnir að eindin geislar þegar henni er hreyð

$|\vec{R}(t')|$ er takmarkað af $v \cdot \tau$ þ.s. τ er náttúrulegur
tími á skali þess kerfis

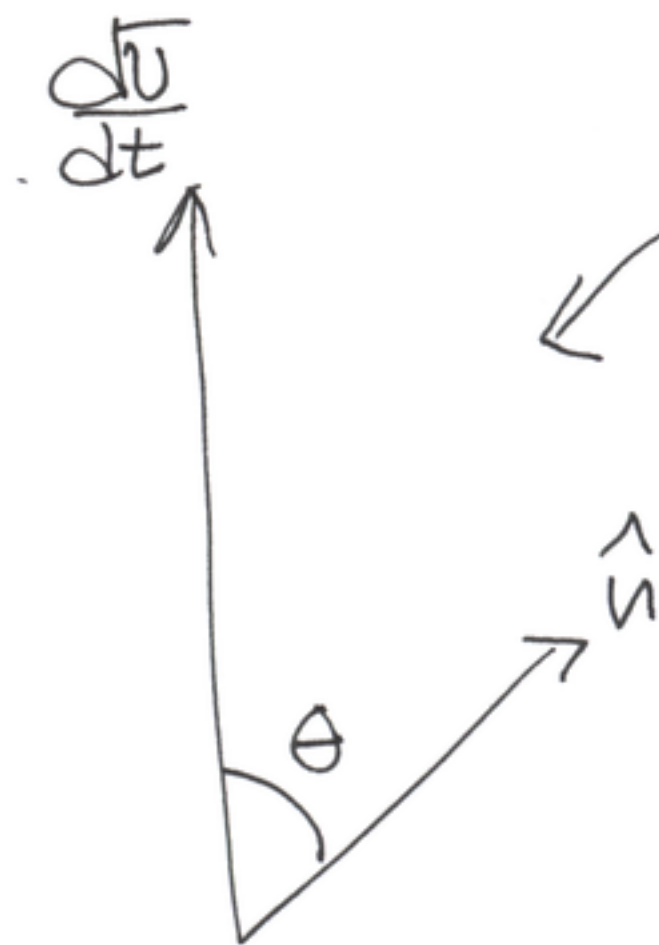
Notum þessa undirstöðu $\vec{r}$ (*) t.p.a. kanna hvernig
geislunin breytist

9

$$\frac{dP}{d\Omega} \approx \frac{(\mu e)^2}{(4\pi)^2 u \mu} \left(\hat{n} \times \frac{d\vec{v}}{dt} \right)^2 = \left(\frac{\mu e}{4\pi} \right)^2 \frac{1}{u \mu} \left\{ \left(\frac{d\vec{v}}{dt} \right)^2 - \left(\hat{n} \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} \right)^2 \right\}$$

$$= \left(\frac{\mu e}{4\pi} \right)^2 \frac{1}{u \mu} \left(\frac{d\vec{v}(t_e)}{dt_e} \right)^2 \sin^2 \theta$$

$$\underbrace{\left(\frac{d\vec{v}}{dt} \right)^2 (1 - \cos^2 \theta)}_{\text{}} \quad \underbrace{\sin^2 \theta}_{\text{}}$$



θ er hornið milli hröðunarinnar
og geislunarstefnunnar

Eugín geislun $\vec{r}$ átt hröðunar

Notum $\int \frac{d\Omega}{4\pi} \sin^2\theta = \frac{2}{3}$

til að fá jöfnu Larmors fyrir hvar geisluafli senda

$$P = \frac{2}{3} \frac{\mu e^2}{4\pi u} \left(\frac{d\bar{u}}{dt} \right)^2$$

p. $v \ll u$

$$P = \frac{e^2}{6\pi\epsilon u^3} \left(\frac{d\bar{u}}{dt} \right)^2$$

$$u^2 = \frac{1}{\epsilon\mu}$$

þegar tillet er tekið til af ~~stöðis~~skemmingar
beinist geislunin „fram á við“ með vaxandi
hroða sendarinnar.