

Dofnum

1

* Við höfum reiknað geislum
frá loftneti með því að
geta okkur straumdræfingu
í því



Geislinn verkar á straumdræfingu
Við höfum engar áhyggjur hvort
orku flöðin breyti straumdræfingu.

* Við reiknum geislum frá
hröðari eind



eindir tapar orku og geislum
kennar breyttast eins og
hröðunin



Getum við farið lengra í lýsingunni?

Er hægt að reikna þessi ferirðir sjálf-samkvæmt?

Svarið er já og nei!

* klassísk deilifræði

← CED

* skammtafræði

← QED

Tengistæðull $\alpha = 1/137$ milli
efnis og rafsegulsviðs er
veitur

↓
Trúflana reikningur

2
Getum lýst vissum
þingörum, en reiknast á
vanda mál uoni, stamnta-
stala "

Ökemju góð lýsing á
dofnum í einföldu
atómkerfi

En viss vanda mál er fast
yfir til stamntafræðina

Mat á kvörðum

Eind með hleðslu e
fyrir hröðun a á
tímabili T

$$\rightarrow E_{\text{rad}} \sim \frac{e^2 a^2}{6\pi\epsilon C^3} T$$

er geisluorka frá
heini.

Geisturáhrif á
eindina eru lítilvæg

$$\text{ef } E_{\text{rad}} \ll E_0$$

þar sem E_0 er mat á orku
eindarinnar

Sköðum tvenns konar kerfi

Eind kyrr í upphafi

Eftir hröðunina $E_0 \sim m(aT)^2$

Ef

$$\frac{e^2 a^2 T}{6\pi\epsilon C^3} \ll m a^2 T^2$$

þá eru áhrif geisluorunnar
lítilvæg, eða

$$T \gg \frac{e^2}{6\pi\epsilon m C^3}$$

Skilgreinum náttúrulegan
tíma skala

$$\tau = \frac{e^2}{6\pi\epsilon m c^3}$$

Ef $T \gg \tau$ þá eru
áhrif geislunar lítill

lettust eind $\rightarrow$ langur τ
fyrir raf eind fast

$$\tau = 6.26 \cdot 10^{-24} \text{ s}$$

á því bili fer ljós
 $\sim 10^{-15} \text{ m}$!

Hreyfing einda „lotubandin“

$$E_0 \sim m \omega_0^2 d^2$$

$$\rightarrow a \sim \omega_0^2 d, \quad T \sim \frac{1}{\omega_0}$$

$$E_{\text{rad}} \sim \frac{e^2 \omega_0^4 d^2}{6\pi\epsilon c^3} \frac{1}{\omega_0} \ll m \omega_0^2 d^2 \sim E_0$$

$$\rightarrow \omega_0 \tau \ll 1$$

þú gildir: Ef ekki verður
mikil breyting á hreyfingu
einda á τ þá eru
áhrif geislunar lítill á hreyfingu
einda

Hreyfi jöfnur

Sigild eind

→ hreyfilysing

$$m\dot{\vec{v}} = \vec{F}_{\text{ext}}$$

betum við gagnkrafti
geislunar

$$m\dot{\vec{v}} = \vec{F}_{\text{ext}} + \vec{F}_{\text{rad}}$$

$\vec{F}_{\text{rad}}$ verður að uppfylla

* $\vec{F}_{\text{rad}} = 0$ ef $\dot{\vec{v}} = 0$

* $\vec{F}_{\text{rad}} \sim e^2$ og formerki hleðslu
getur ekki skipt máli

* $\vec{F}_{\text{rad}}$ verður að innihalda $\vec{r}$,
eini mikil vogi stikum

* ~~Við~~ þekkjum $\vec{F}_{\text{rad}}$ ekki fyrirfram því
 $\vec{a}$ er óþekkt.

Lotubundio kerfi

Reiknum $\vec{F}_{\text{rad}}$ m.f.a. kretjast að vinnu þessa krafts
á tímabilinu $t_1 < t < t_2$ sé jöfnu mekvæðu ortunni
geislaðri í burtu

6

$$\int_{t_1}^{t_2} \overline{F}_{\text{rad}} \cdot \overline{v} dt = - \int_{t_1}^{t_2} \frac{e^2}{6\pi\epsilon c^3} \dot{\overline{v}} \cdot \dot{\overline{v}} dt$$

$$= \frac{e^2}{6\pi\epsilon c^3} \int_{t_1}^{t_2} \ddot{\overline{v}} \cdot \overline{v} dt - \frac{e^2}{6\pi\epsilon c^3} (\dot{\overline{v}} \cdot \overline{v}) \Big|_{t_1}^{t_2}$$

fyrir lotubundið kerfi gæti $(\dot{\overline{v}} \cdot \overline{v}) = 0$ fyrir t_1 og t_2

$$\rightarrow \int_{t_1}^{t_2} \left(\overline{F}_{\text{rad}} - \frac{e^2}{6\pi\epsilon c^3} \ddot{\overline{v}} \right) \cdot \overline{v} dt = 0$$

Abraham-Lorentz
hreyfingafnan

$$\rightarrow \overline{F}_{\text{rad}} = \frac{e^2}{6\pi\epsilon c^3} \ddot{\overline{v}} = m\tau \ddot{\overline{v}}$$



og hreyfingafnan var

$$m(\dot{\overline{v}} - \tau \ddot{\overline{v}}) = \overline{F}_{\text{ext}}$$

← mjög áberandi
tegunarjöfnun

Skóðum lausnina þegar $\overline{F}_{\text{ext}} = 0$

(7)

$$\dot{v}(t) = \begin{cases} 0 \\ \bar{a} e^{t/\tau} \end{cases}$$

þar sem $\bar{a}$ er hröðunin í $t=0$

Aðeins ferri lausnin er ótíðisþæg!

Umbreytum jöfnunni í heildisjöfnu með þeim upphafs-
skilyrðum

Setjum $\dot{v}(t) = e^{t/\tau} \bar{u}(t)$

þá getur AL-jafnan

$$m \dot{\bar{u}} = -\frac{1}{\tau} e^{-t/\tau} \overline{F}_{\text{ext}}(t)$$

$$\rightarrow m \bar{u}(t) = -\frac{1}{\tau} \int_{c_1}^t dt' e^{-t'/\tau} \overline{F}_{\text{ext}}(t')$$

$$\rightarrow m\dot{\vec{v}}(t) = \frac{e^{t/\tau}}{\tau} \int_t^{C_1} e^{-t'/\tau} \vec{F}_{\text{ext}}(t') dt'$$

C þarf að ákvarðast þ.a. út komi $m\dot{\vec{v}} = \vec{F}(t)$ þegar $e^2 \rightarrow 0$
 Þó fast þegar $C_1 \rightarrow \infty$

$$m\dot{\vec{v}}(t) = \frac{1}{\tau} \int_t^{\infty} dt' e^{-(t'-t)/\tau} \vec{F}_{\text{ext}}(t') dt'$$

Þeytu skipti $s = \frac{1}{\tau}(t'-t)$ gefa

$$m\dot{\vec{v}}(t) = \int_0^{\infty} e^{-s} \vec{F}_{\text{ext}}(t + \tau s) ds \quad (**)$$

heitdisafleiðing
 síst betur séð

Gerum Taylor lúðum

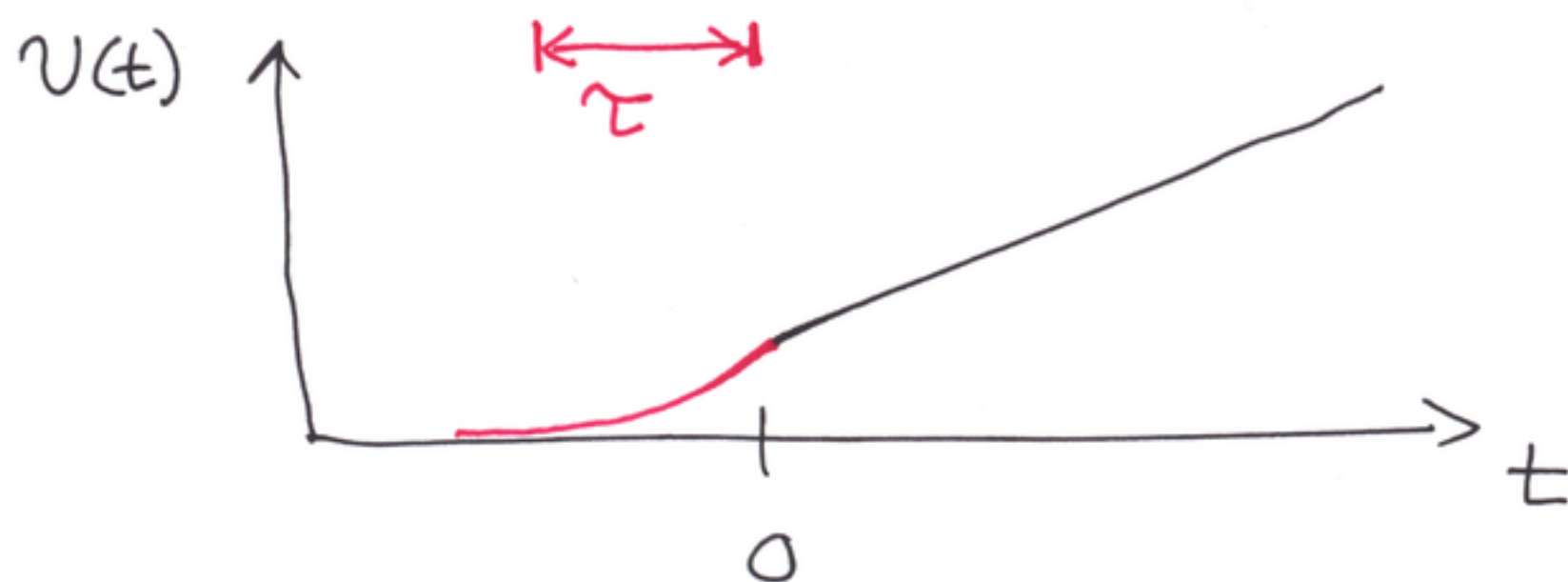
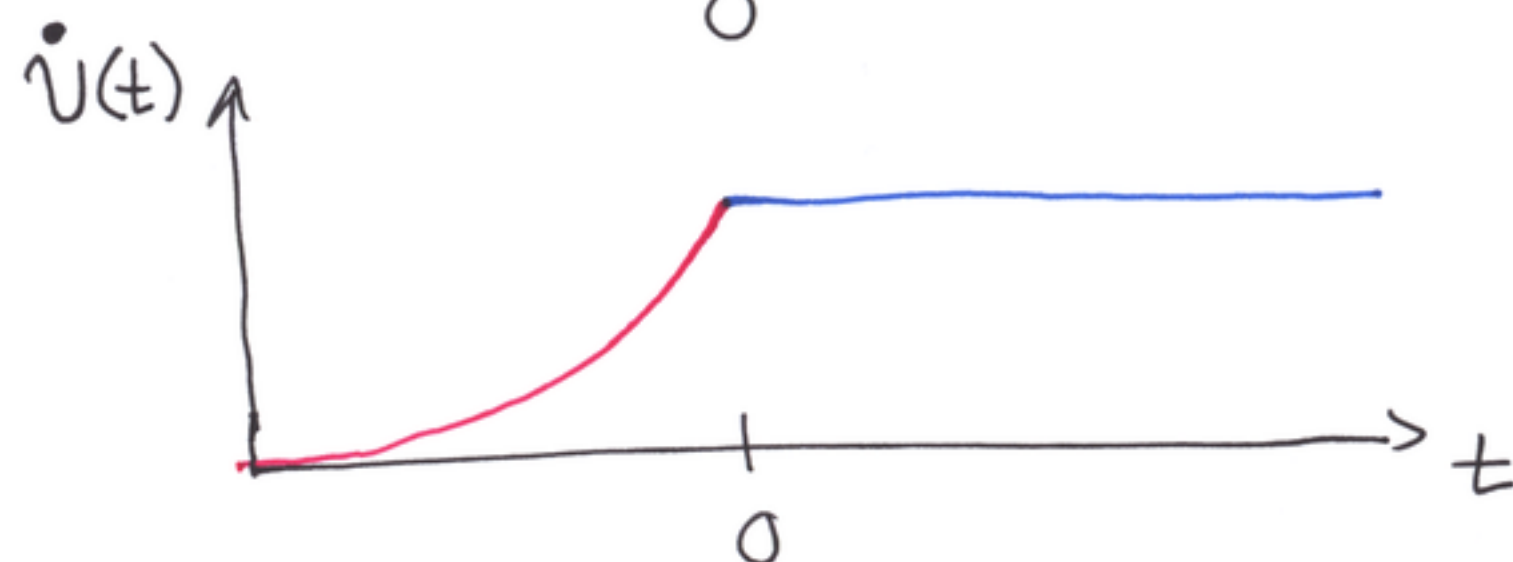
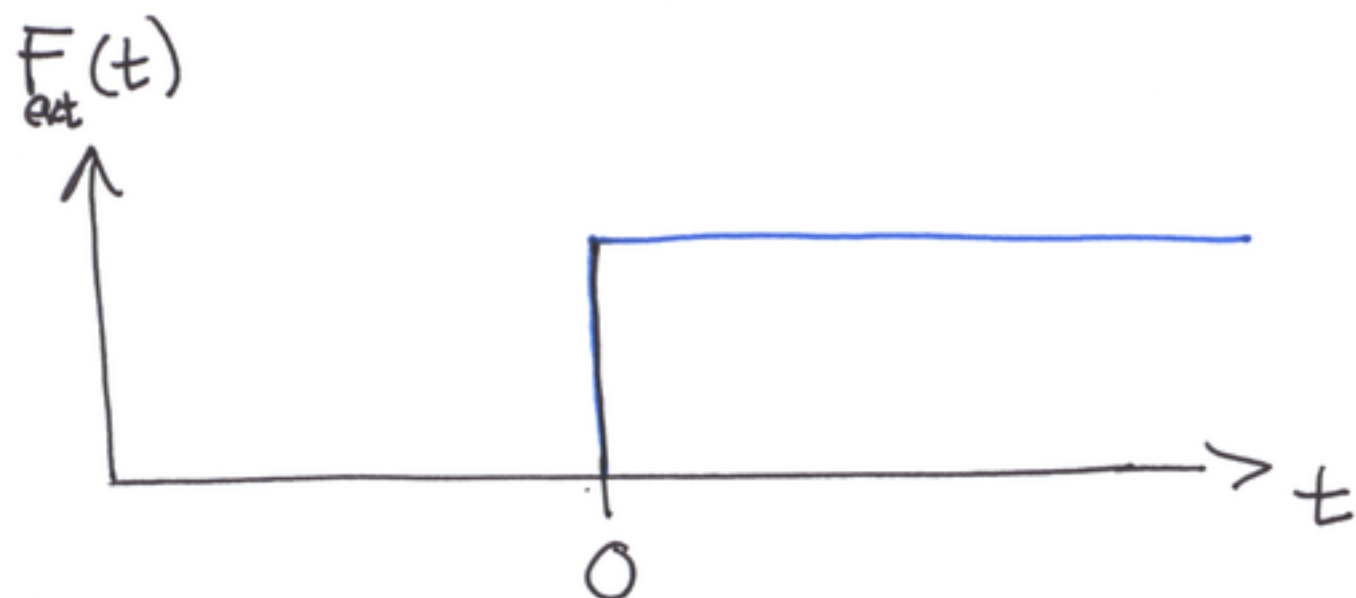
$$\bar{F}(t+\tau s) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\tau s)^n}{n!} \frac{d^n F(t)}{dt^n}$$

Innsetning í (**) gefur

$$\rightarrow m\dot{U}(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \tau^n \frac{d^n F(t)}{dt^n}$$

Markgildið $\tau \rightarrow 0$ stíkur aðeins eftir $n=0$ lúðum
og jöfnuna fyrir keyfingu óstaðbundnar sundur
Hætti lúðir eru leiðréttingar vegna geislunar

Jafnan inniheldur óstaðbundin hvífi
for hröðun



Skodum passa jofnu
teprir sveitil

$$k = m\omega_0^2$$

(**) verður þá

$$\ddot{x}(t) + \omega_0^2 \int_0^\infty e^{-s} x(t + \tau s) ds$$

Greiniþega heildisafleiðing

Gískum á lausu

$$x(t) = x_0 e^{-\lambda t}$$

Innsetning gefur

$$x_0 e^{-\alpha t} \left\{ \alpha^2 + \omega_0^2 \int_0^{\infty} e^{-(1+\alpha\tau)s} ds \right\} = 0$$

→ $\text{Re}(1+\alpha\tau) > 0$, þá verður α að uppfylla

$$\tau \alpha^3 + \alpha^2 + \omega_0^2 = 0$$

takur í þrjú vaxandi lausnir
og annars er hálft ek til.

Setjum $\omega_0 \tau \ll 1$

$$\alpha = \frac{\Gamma}{2} \pm i(\omega_0 + \Delta\omega)$$

$$\Gamma = \omega_0^2 \tau$$

$$\Delta\omega = -\frac{5}{8} \omega_0^3 \tau^2$$

dönnunartími
(móðulafi)

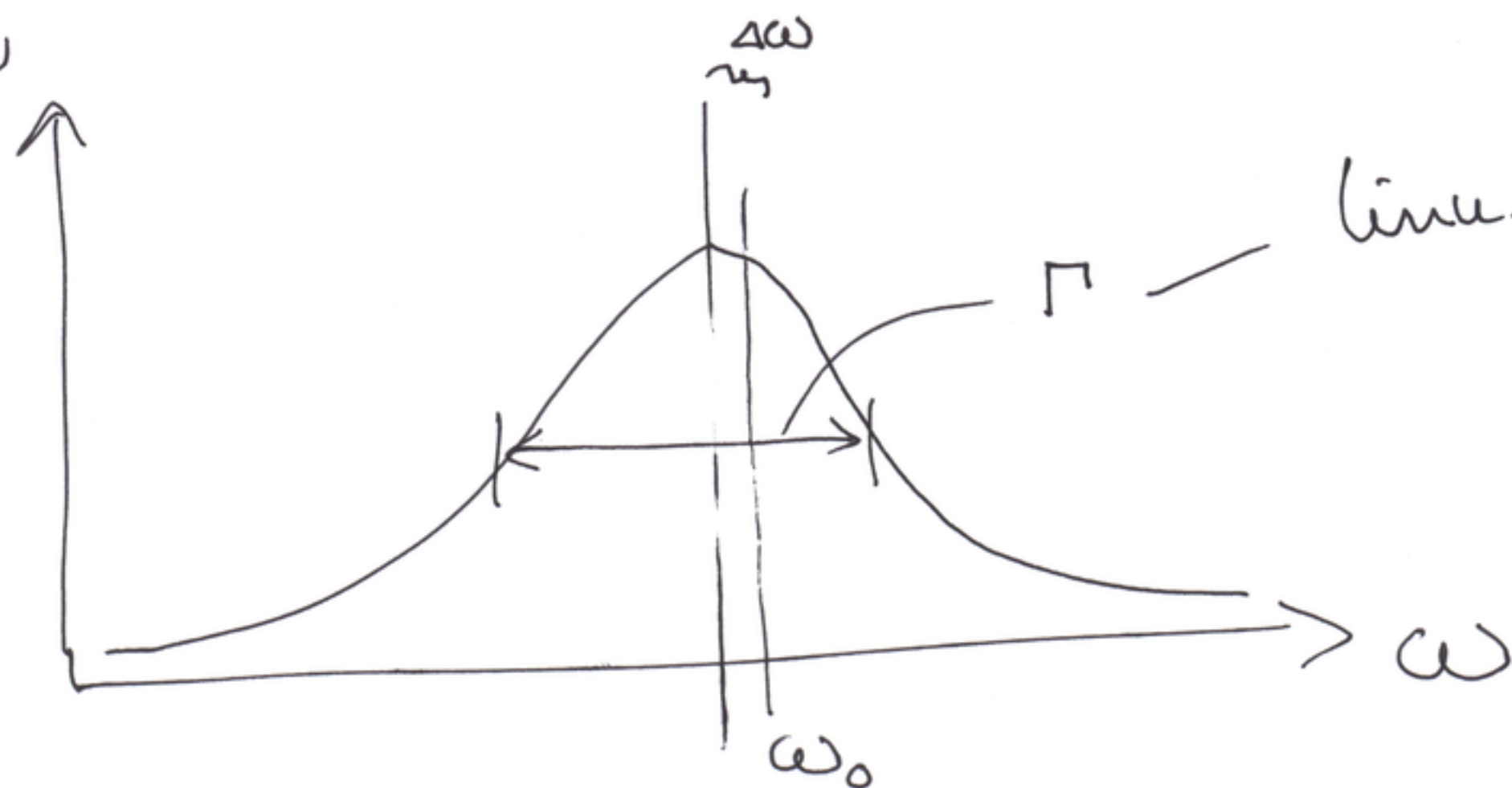
fríni hljóðum

Geislinn verður „púls“ með lengd $\frac{c}{\Gamma}$

$$E(\omega) \sim \int_0^{\infty} dt e^{-\kappa t} e^{i\omega t} = \frac{1}{\alpha - i\omega}$$

Geislaraftan á tíðni svingu er

$$\frac{dI(\omega)}{d\omega} = I_0 \frac{\Gamma}{2\pi} \frac{1}{(\omega - \omega_0 - \Delta\omega)^2 + \left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2}$$



linubreidd

$$\Delta\lambda = 2\pi \frac{c}{\omega_0^2} \Gamma$$

$$= 2\pi c \tau$$

↑
universal sigild kerfi

Skammta ljósfæði

Takid eftir hvernig tímubreidd og mál afi eru
virkur í skammta fæði

* Wigner Weißkopf

* Heitler-Ma

W. Heitler : "The Quantum theory of Radiation" (Dover)

IV - 16 V - 17, 18